

Test 2 for Propositional Logic

熊明

mingshone@163.com

School of Politics and Administration
South China Normal University

2.1 用解析树判断下列公式是否是重言式

(示例)

■ $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

解答

$$\neg((\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$$

$$\begin{array}{c} | \\ \neg p \vee q, \neg(p \rightarrow q) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ p, \neg q \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \neg p & q \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} | & | \\ \times & \times \end{array}$$

构造 $\neg((\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$ 的解析树如图。这个解析树的两个枝都是闭的，所以，可以判断原公式是重言式。

2.1 用解析树判断下列公式是否是重言式

$$(1) ((p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p)$$

$$(2) (p \vee (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$$

$$(3) (p \rightarrow (q \wedge \neg r)) \rightarrow ((\neg r \rightarrow s) \rightarrow (s \rightarrow \neg p))$$

2.2 判断下面推理的有效性（示例）

- 天若有情天亦老，天不会（变）老，所以，天无情。

解答

这个推理的形式为

$$\frac{p \rightarrow q, \neg q}{\neg p}$$

构造真值表（或解析树）如下：

.....

由此，可判断原推理是有效的。

2.2 判断下面推理的有效性

管家、女仆和园丁三人中至少有一人参与了谋杀；有证据表明，如果女仆参与了谋杀，那么管家一定没有参与谋杀；所以，女仆和园丁至少有一人参与了谋杀。

2.3 分析题

就园丁和女仆两人中有一名是罪犯。A、B、C、D 四人作出下述判断。

A: 如果园丁有罪，则女仆也有罪。

B: 园丁有罪，但女仆无罪。

C: 或者园丁有罪，或者女仆有罪。

D: 女仆无罪。

事后证明这四个判断只有一个是真的。分析园丁和女仆两人中究竟谁是罪犯。