



# 命题逻辑

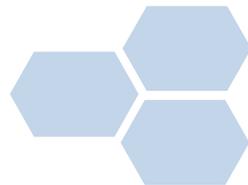




# 复习回顾

❖ 命题

❖ 命题形式



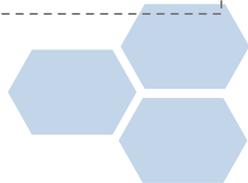


- ❖ **命题**：对事物情况做出陈述的语句。（对事物情况有所反应的语句。）
- ❖ **命题的特征**：命题必是或**真**或**假**的。

❖ **“语句”**：陈述句

❖ **“事物情况”**：对象自身的性质，状态以及它与其他事物之间的关系。

❖ **“有所反映”**：断定





命题的种类：

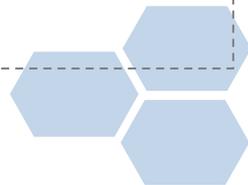
△ **简单命题**：不包含其他命题，也叫原子命题。

△ **复合命题**：自身包含其他命题，由**支命题**和联结支命题的**联结词**构成，支命题可以是简单命题也可以是复合命题。

△ **多重复合命题**：支命题也是复合命题。

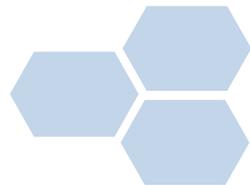
—从结构上看，一个复合命题就是由支命题通过一定的联结词而形成的，联结词体现了支命题相互之间的逻辑关系，因此，复合命题的逻辑性质是由其联结词决定的。

—命题逻辑主要研究复合命题及其推理。





- ❖ **命题逻辑主要研究复合命题及其推理。**
- ❖ 在命题逻辑中，简单命题究竟是一个什么样的命题，究竟是真是假，实际上无关紧要。
- ❖ 真正重要的是复合命题的逻辑性质，以及由这种性质所决定的复合命题与其支命题之间以及复合命题相互之间的逻辑关系。这是由命题联结词决定的。





## ❖ 命题联结词符号

符号	名称	意义
$\neg$	并非	并非
$\vee$	析取	或者
$\wedge$	合取	并且
$\rightarrow$	蕴涵	如果，那么



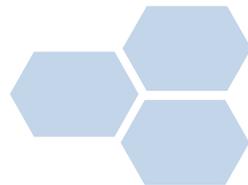
❖  $\neg p$       并非 $p$  (否定式)

❖  $p \wedge q$        $p$ 并且 $q$  (合取式)

❖  $p \vee q$        $p$ 或者 $q$  (析取式)

❖  $p \rightarrow q$       如果 $p$ , 那么 $q$  (蕴涵式)

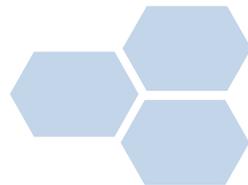
❖  $p \leftrightarrow q$       当且仅当 $p$ , 才 $q$  (等值式)





# 主要内容

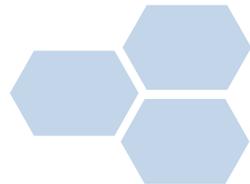
- ❖ 公式
- ❖ 公式真值判定
- ❖ 重言式
- ❖ 重言式判定的真值表法





# ❖ 命题公式

## (命题形式、真值形式)





❖ **命题形式（命题公式）**：命题联结词和命题变元所构成的形式结构。

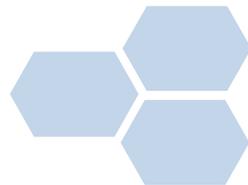
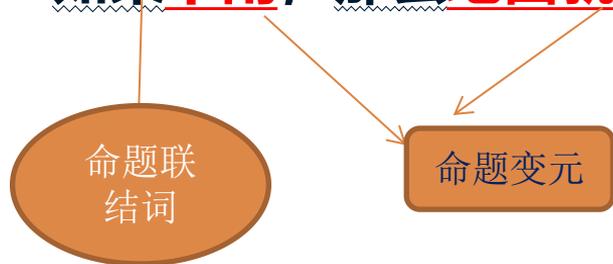
❖ **命题公式有两种成分：**

❖ 代表具体内容的命题变元；

❖ 连接或组合命题变元的结构成分。（命题联结词）

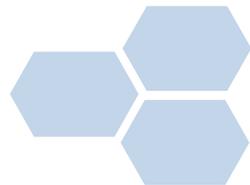
❖ **例如：**

❖ 如果下雨，那么地面就会湿。





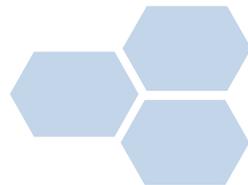
- ❖ 按照以下方式规定某个符号串是否是命题公式（简称为公式）。
- ❖ (1) 所有命题变元都是公式。
- ❖ (2) 如果A 是公式，那么 $\neg A$  也是公式。
- ❖ (3) 如果A 和B 是公式，那么 $(A \vee B)$ 、 $(A \wedge B)$ 、 $(A \rightarrow B)$  也都是。
- ❖ (4) 只有通过以上规则得到的符号串才是公式。





- ❖ 根据公式的形成规则，我们可以判定任一符号串是不是公式。
- ❖ 例如

$$\neg((p \wedge q) \leftrightarrow (r \vee s)) \wedge p \rightarrow (q \vee (r \leftrightarrow q))$$



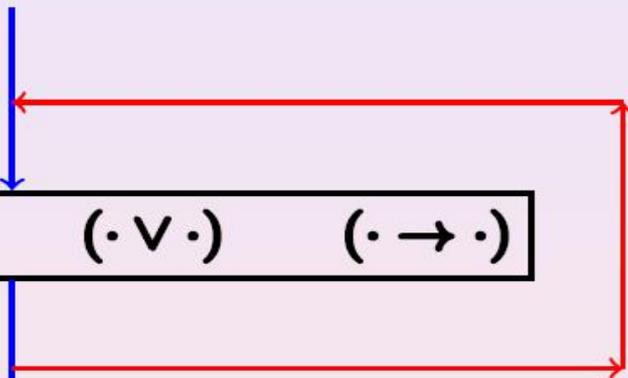


# 公式的直观图像

$p, q, r, p_1, p_2, p_3, \dots$

$\cdot$     $\neg$     $(\cdot \wedge \cdot)$     $(\cdot \vee \cdot)$     $(\cdot \rightarrow \cdot)$

公式





$$((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$$

$$((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \wedge r)) \rightarrow (q \wedge s)$$

$$\neg(((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \wedge r)) \rightarrow (q \wedge s))$$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (((r \rightarrow s) \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow q \wedge s))$$

.....

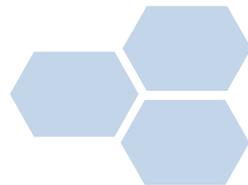
.....

命题公式的数目是无穷的。

主联结词决定命题公式的种类。

**公式的主联结词：**

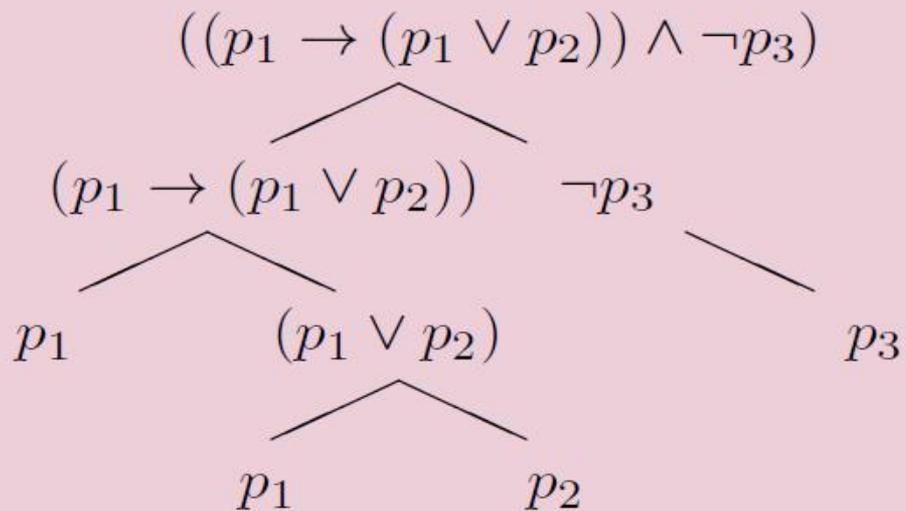
在公式的形成过程中，最后一次使用到的联结词。





## 公式 $((p_1 \rightarrow (p_1 \vee p_2)) \wedge \neg p_3)$ 的形成过程

从下往上看：





$$\diamond (((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p)$$

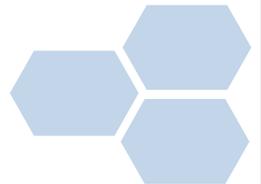
$$\diamond (((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \wedge r)) \rightarrow (q \wedge s))$$

$$\diamond ((p \rightarrow q) \rightarrow (((r \rightarrow s) \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow q \wedge s)))$$

$$\diamond \dots\dots$$

$$\diamond \dots\dots$$

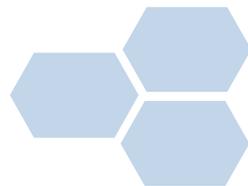
$$\diamond \dots\dots$$





## ❖ 公式简化规则

- ❖ (1) 整个公式最外层的一对括号可省略;
- ❖ (2) 联结词 $\neg$ 、 $\wedge$ 、 $\vee$ 、 $\rightarrow$ 、 $\leftrightarrow$ 的组合力依序递减;
- ❖ (3)  $\rightarrow$ 在公式中相邻的两处出现以**最后一次**的出现组合力更强。  
 $\wedge$ 和 $\vee$ 的情况类似。





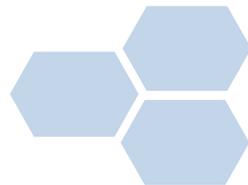
## ❖ 例子

❖  $p \rightarrow q \wedge r$

❖ 根据  $\wedge$  的组合力大于  $\rightarrow$  的，我们应当先计算  $\wedge$ ，原公式所表达肯定不会是  $(p \rightarrow q) \wedge r$ ，而必定是  $p \rightarrow (q \wedge r)$ 。

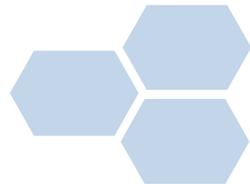
❖  $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow s$

❖ 根据规则 (3)， $\rightarrow$  的最后一次出现组合力最强，中间那次出现次之，最左边那次出现最弱，我们应当先计算最后一次出现  $(p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s)))$



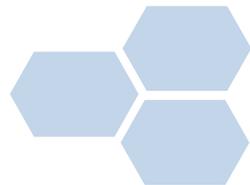


## ❖ 命题公式的真值判定



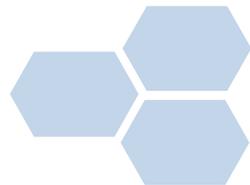


- ❖ **真值形式 (命题形式或命题公式)**
- ❖ **真值形式的真值取决于两个要素:**
  - ❖ **一是命题变元的真值, 这来自于真值指派;**
  - ❖ **二是命题联结词的意义。**





❖ 命题变元本身没有真值，但它的代入实例有真值，要么为真，要么为假。在这个意义上，命题变元也就获得了两个派生的真值：真和假。但是，这两个真值不是来自与现实的比较和对照，而是由我们直接给予或任意指定的，所以，称为“真值指派”。





## 命题公式的一个重要特征：真值函数性

1. 在任何命题公式中，每一组命题变项的真值组合情况都决定着该命题公式本身的真假。这说明：

命题公式包含的命题变项和命题公式之间存在着函数关系，此类函数叫做“真值函数”

自变量：命题变元

定义域和值域都是真值集合：**{真, 假}**

$$\Delta. f(p): p \rightarrow p$$

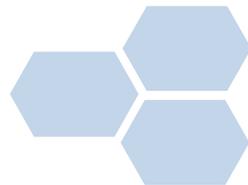
$$\Delta. f(p,q): (p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$\Delta. f(p,q,r): (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

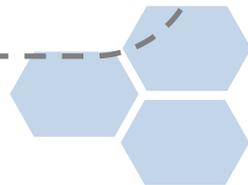
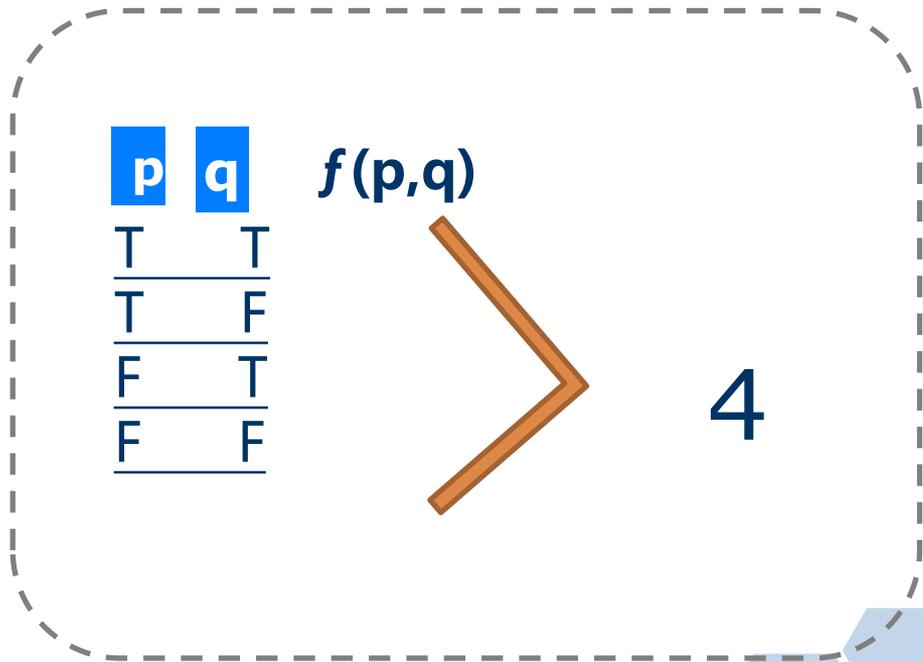
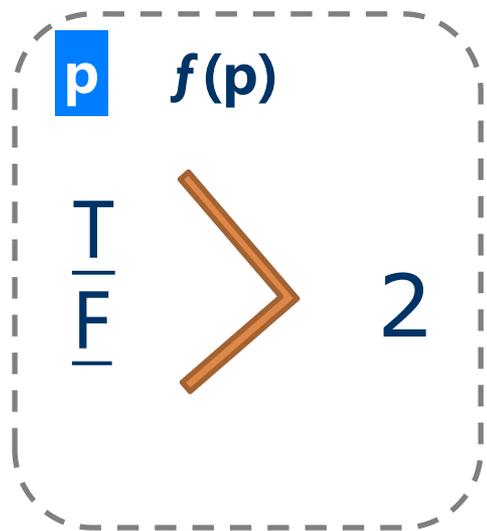
$$\Delta. f(p,q,r,s): (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow p \wedge r \rightarrow q \wedge s)$$

$\Delta$  每一个命题公式都是一个真值函数。

自变量为p和q的真值函数：  
 $f^{\wedge}: p \wedge q$



## 2. 真值函数的取值数目由公式中变项的真假组合决定的：



## 2. 真值函数的取值数目由公式中变项的真假组合决定的：

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

$f(p,q,r)$

8

p	q	r	s
T	T	T	T
T	T	T	F
T	T	F	T
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	T	F
T	F	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	T	F
F	T	F	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	T	F
F	F	F	T
F	F	F	F

$f(p,q,r,s)$

16

当一个公式有  $n$  个变项时，其真值组合有  $2^n$  种。



## 命题联结词的意义

### ❖ 并非 $\neg$

A	$\neg A$
T	F
F	T

❖ “并非A”为真，当且仅当“A”为假。



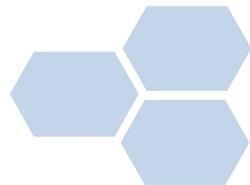


## ❖ 合取 $\wedge$

A	B	$A \wedge B$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

a. 联言支全真，则联言命题为真。

b. 只要有一个联言支为假，则联言命题为假。



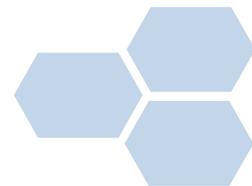


## ❖ 析取 $\vee$

A	B	$A \vee B$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

a. 至少有一个选言支为真，则选言命题为真。

B. 相容选言命题为假，则全部选言支为假。





## 日常语言中，“如果，那么 (if-then) ” 含义的多样性：

△ **如果**人终有一死并且苏格拉底是人，**那么**苏格拉底终有一死。

推理关系

△ **如果**张三是单身汉，**那么**他未婚。

词义关系

△ **如果**这张蓝色的石蕊试纸放到酸性环境中，**那么**它会变红。

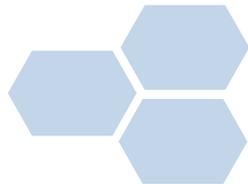
因果关系

△ **如果**你取得好成绩，**那么**我给你买一套奥特曼玩具。

假设关系

我们列出了四类蕴含关系，每一类对应着一种蕴含关系的含义。

问题是：我们能不能从蕴含的四种含义中找到它们共同的含义部分？





回答上述问题的路径就是，我们先问“在什么条件下，我们可以说一个给定的假言命题是假的？”

比如问，在什么条件下，

“如果这张蓝色的石蕊试纸放到酸性环境中，那么它会变红。”

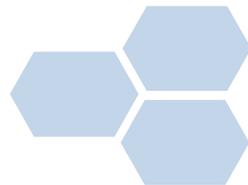
P

q

这句话为假？

这个条件陈述**不是**断言任何一张蓝色的石蕊试纸实际上放进了溶液之中，或者任何一张蓝色的石蕊试纸实际上变红了。

断言**如果**把石蕊试纸放进溶液中，**那么**蓝色的石蕊试纸会变红。





当我们实际上把这张蓝色石蕊试纸放到酸性环境中，它不变红的情况下，我们说这一假言命题为假。同理，我们可以测试其他三个命题。结果都是，当“前件真且后件假”时，我们可以断定该假言命题为假。

我们可以把假言命题为假的情况，即“前件真且后件假”，可形式化为：

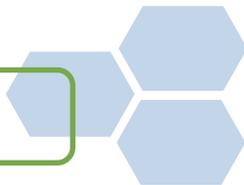
$$p \wedge \neg q$$

反过来，我们可以得到假言命题为真的情况，即“（前件真且后件假）是假的”，可形式化为：

$$\neg(p \wedge \neg q)$$

可变形为

$$\neg p \vee q$$



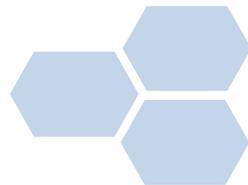

$$p \rightarrow q$$

等价于

$$\neg p \vee q$$

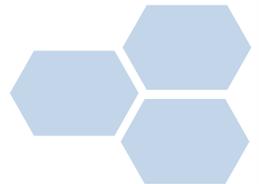
在这一情况下，符号“ $\rightarrow$ ”表示“实质蕴含 (material implication)”。  
表达“实质蕴含”关系是所有假言命题都具有的含义。

前件“实质蕴含”后件：或者前件假或者后件真





p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

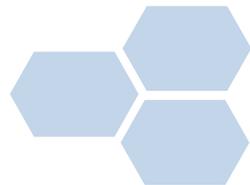




## ❖ 等值 $\leftrightarrow$

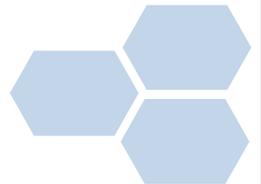
A	B	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$A \leftrightarrow B$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

❖ “当且仅当A，才B”为真，当且仅当A与B同真同假。





# ❖ 重言式





## 定义

一个公式，如果不论其中命题变元的取值如何，此公式取值都为真，那么此公式就是**重言式**，又称为**恒真式**。

一个公式，如果不论其中命题变元的取值如何，此公式取值都为假，那么此公式就是**矛盾式**，又称为**恒假式**。

一个公式，如果存在一种命题变元的取值情况，使得此公式取值为真，那么此公式就是**可满足式**。



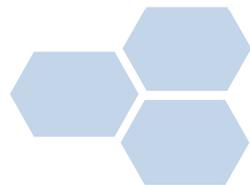
# 真值函项与真值形式的种类

真值函项按取值情况的分类	相对应的真值形式 (命题形式) 的分类	例
<b>常真的</b> (无论其中命题变项如何取值)	<b>恒真式 (重言式)</b>	$p \vee \neg p, \neg p(p \wedge \neg p)$ 等
<b>常假的</b> (无论其中命题变项如何取值)	<b>恒假式 (矛盾式)</b>	$p \wedge \neg p$ 等
<b>可满足的</b> (命题变项取值不同, 真值函项时真时假)	<b>可满足式</b>	$p \vee q, p \rightarrow q$ 等



# 推理有效性

- ❖ **推理**：就是从已有的命题得出新的命题的过程或方法。一般把已有的命题称为推理的**前提**，把得到的新命题称为推理的**结论**。
- ❖ 一个推理由**前提**和**结论**两部分组成。如果一个推理形式是有效的，那么由真的前提必定得到真结论。
- ❖ 前提和结论之间是蕴涵关系。
- ❖ 推理形式是**有效的**当且仅当相应的蕴含式是**重言式**。





## 推理有效性的规定

### 定义

设一个推理的形式如下：

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}$$

又设这个形式中出现的命题变元只有  $p_1, p_2, \dots, p_m$ 。

如果在这些命题变元的所有取值情况中，不存在情况使得推理形式的前提都为真而结论为假，那么就称这个推理形式是（演绎）**有效的**。也可称  $A_1、A_2、\dots、A_n$  **有效地推出**  $B$ 。



## 推理有效性的特例

### 定义

无前提的推理形式：

$$\frac{}{B}$$

如果是有效的，就称公式  $B$  是**有效的**。此时， $B$  在其中命题变元的任意取值情况下都为真，因此，又把  $B$  称为  $B$  是**重言的** (tautology)、恒真的。

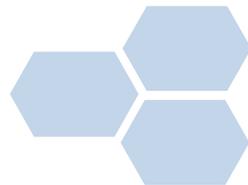




## 判定重言式的方法

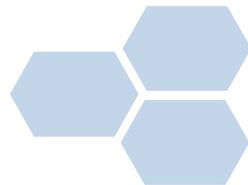
真值表判定法

解析树法





- ◆ **真值表：就是能显示一个真值形式在它的命题变元的各种真值组合下所取真值的图表。**
- ◆ **运用真值表，可以判定任一公式是否为重言式、矛盾式和可满足式，也可以判定公式是否为等值的、或者矛盾的，还可以判定推理是否有效。**



以真值形式 “ $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ ” 为例

1

识别公式中所有不同的命题变项，并竖行里出他们之间所有可能的真假组合。

p	q	
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

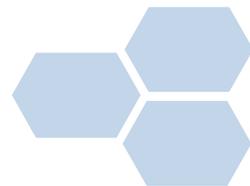
当一个公式有  $n$  个变项时，其真值组合有  $2^n$  种。

以真值形式 “ $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ ” 为例

2

按照该公式的生成次序，由简到繁横向列出该公式的所有子公式，直至该公式本身。

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

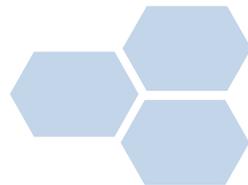


以真值形式 “ $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ ” 为例

3 按照上面给定的真值联结词的真值表，由命题变项的真值逐步计算出各个子公式的真值，最后算出该公式本身的真值

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

若该公式在任何组合下都取真，则该公式为重言式；若该公式在任何组合下取假，该公式为矛盾式或恒假式；若在有些组合下取真，有些组合下取假，则该公式为可满足式。

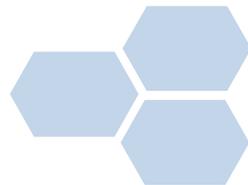




## 用真值表法判定 “ $((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$ ” 是否是重言式

重言式

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q$	$((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T

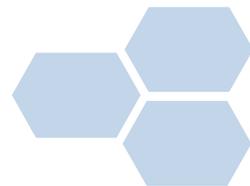




## 用真值表法判定 “ $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$ ” 是否是重言式

非重言式

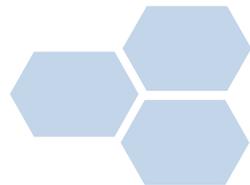
p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg p$	$((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T





## ❖ 解析树方法

❖ 解析树方法也是一种用来判定一个真值形式是否是重言式的方法，在某些场合，它比真值表方法更为简洁有效。





- ❖ **基本思路：**
- ❖ **如果公式A是一个重言式，那么无论给A中的变项赋予何种真值指派，A必定且只能取值为真。**
- ❖ **因此，若假设A不是重言式，即可以为假，然后根据真值联结词的规则，逐步逆推出其中各个子公式的真值，直至推出命题变项的真值，看子公式或命题变项是否会出现赋值矛盾（既真又假）。**
- ❖ **若从一个假设推出矛盾，因此假设不成立，原公式不可能为假，恒为真，是重言式。**





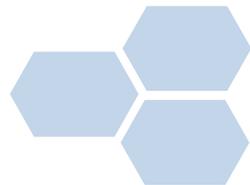
❖ **思想：为判断推理形式**

$$\frac{A_1; A_2; \dots; A_n}{B}$$

是否有效，试图去寻找相关命题变元的一种取值情况，使得前提  $A_1, A_2, \dots, A_n$  都为真，而结论  $B$  为假。

❖ **过程：假设前提  $A_1, A_2, \dots, A_n$  都为真而结论  $B$  为假，由此反推相关命题变元的取值情况。**

❖ **约定：在解析树中，写出一个公式就表示这个公式为真，反之为表示一个公式为假，就写出这个公式的否定。**

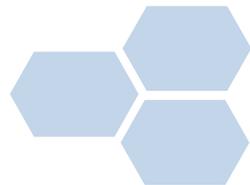




判定公式  $(p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)$  是否是重言式?

❖ 第一步：写下原公式的否定，这表示假定原公式为假。

$$\text{❖ } \neg \left( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) \right)$$



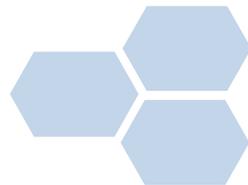


❖ **第二步：在这个公式下边写出公式  $p_1 \vee p_2$  和  $\neg (p_1 \rightarrow p_2)$ ，并用一条竖线连接原公式的否定与这个两个公式（两个公式间用逗号分开）。这相当于从原公式为假得到  $p_1 \vee p_2$  为真， $p_1 \rightarrow p_2$  为假。这一步可以称为对原公式的否定进行了一次解析。**

$$\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$$

|

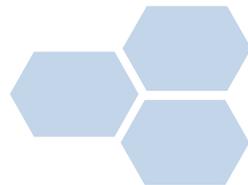
$$p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$$





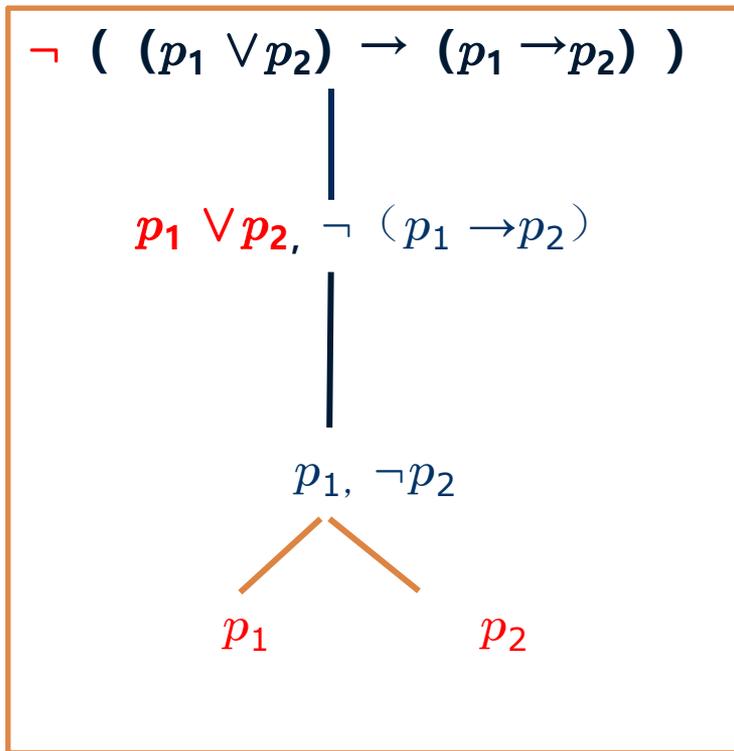
❖ **第三步，在第二步得到的公式下面写出公式  $p_1$  和  $\neg p_2$ ，仍用一条竖线连接第二步的公式与这两个公式。这一步的道理与第二步相同。这一步对  $\neg (p_1 \rightarrow p_2)$  进行了一次解析。**

$$\begin{array}{c}
 \neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) ) \\
 | \\
 p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2) \\
 | \\
 p_1, \neg p_2
 \end{array}$$





❖ 最后一步，在第三步得到的公式下方分出两个叉，在每个叉的下方分别写出公式  $p_1$ 、 $p_2$ 。这一步出现分叉，这实际相当于由  $p_1 \vee p_2$  为真得到两种可能性： $p_1$  为真，或  $p_2$  为真。这一步对  $p_1 \vee p_2$  进行了一次解析。





## 一些术语

$$\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$$

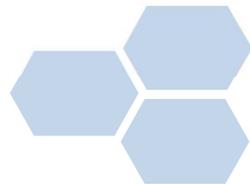
$$p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$$

$$p_1, \neg p_2$$

$$p_1$$

$$p_2$$

- ❖ 这是一个**树形图**，简称树（倒着的！）。
- ❖ 最上面的公式称为**根**，
- ❖ 最下面的公式称为**叶**。
- ❖ 从根到某个叶所经历的所有公式称为一个**枝**。





$$\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$$

$$p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$$

$$p_1, \neg p_2$$

$p_1$

先隐身看不见我

❖ 这个树有两个枝。

❖ 第一个枝：

❖  $\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) ) ;$

❖  $p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2) ;$

❖  $p_1, \neg p_2$

❖  $p_1$





$\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$

$p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$

$p_1, \neg p_2$

别看我

$p_2$

❖ 这个树有两个枝。

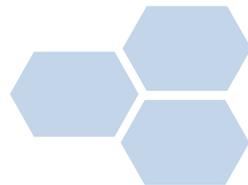
❖ 第二个枝:

❖  $\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$  ;

❖  $p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$  ;

❖  $p_1, \neg p_2$

❖  $p_2$





$\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$

$p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$

$p_1, \neg p_2$

$p_1$

别看我

❖ 这个树有两个枝。

❖ 第一个枝：

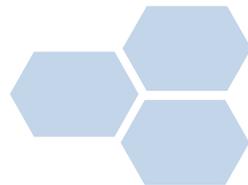
❖  $\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$  ;

❖  $p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$  ;

❖  $p_1, \neg p_2$

❖  $p_1$

❖ 这表示要使原公式为假，要求：  
 $p_1$  为真， $p_2$  为假





$$\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$$

$$p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$$

$$p_1, \neg p_2$$

别看我

$p_2$

**X**

❖ 这个树有两个枝。

❖ 第二个枝：

❖  $\neg ( (p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) )$  ;

❖  $p_1 \vee p_2, \neg (p_1 \rightarrow p_2)$  ;

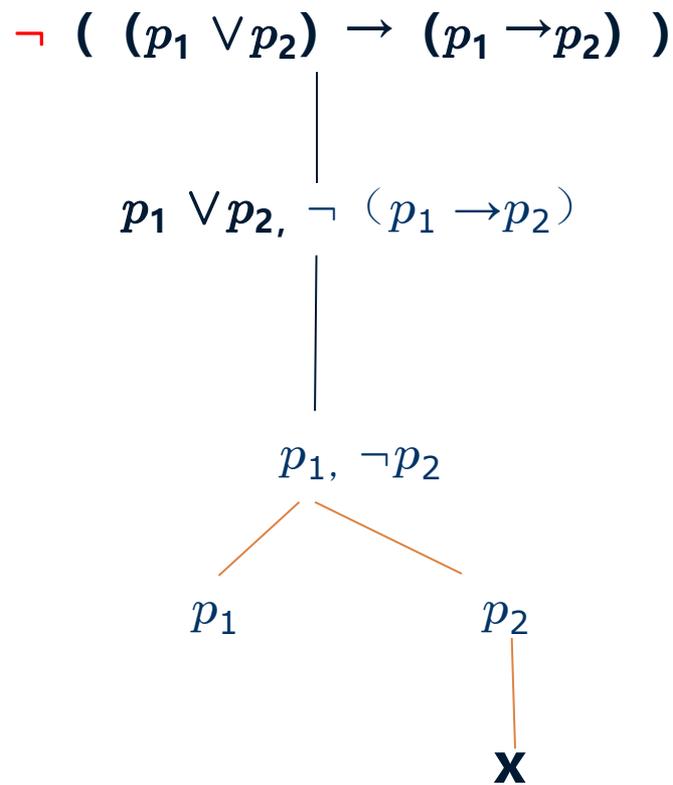
❖  $p_1, \neg p_2$

❖  $p_2$

❖ 这表示要使原公式为假，要求：  
 $p_1$  为真， $p_2$  为假且为真，这  
 一要求是不可能实现的。



- ❖ 综上所述，要使原公式为假，必须使得 $p_1$ 为真， $p_2$ 为假
- ❖ 由解析树不难判断在 $p_1$ 为真， $p_2$ 为假时，原公式为假。由此可判断原公式不是重言式。

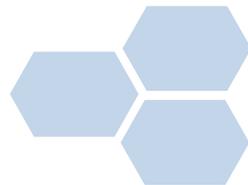




## ❖ 解析树的构造规则

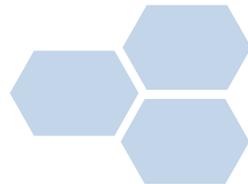
### ❖ $\neg\neg$ 规则:

$$\begin{array}{c} \neg\neg A \\ | \\ \vdots \\ | \\ A \end{array}$$



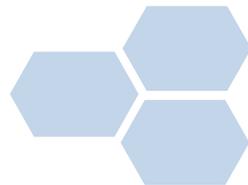


❖  $\wedge$ 规则:

$$A \wedge B$$
$$|$$
$$\vdots$$
$$|$$
$$A, B$$
$$\neg(A \wedge B)$$
$$|$$
$$\vdots$$
$$\begin{array}{c} \wedge \\ \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \quad \neg B \end{array}$$


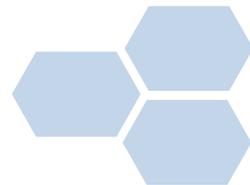
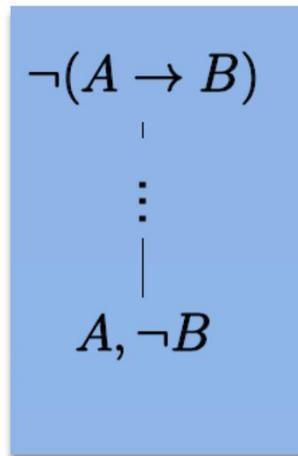
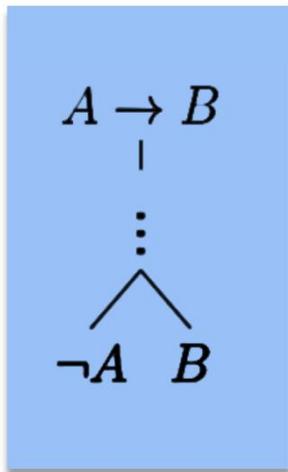


❖  $\vee$ 规则:

$$A \vee B$$
$$|$$
$$\vdots$$
$$\wedge$$
  
$$A \quad B$$
$$\neg(A \vee B)$$
$$|$$
$$\vdots$$
$$\neg A, \neg B$$


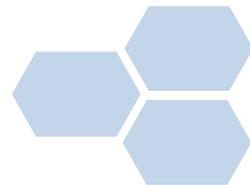
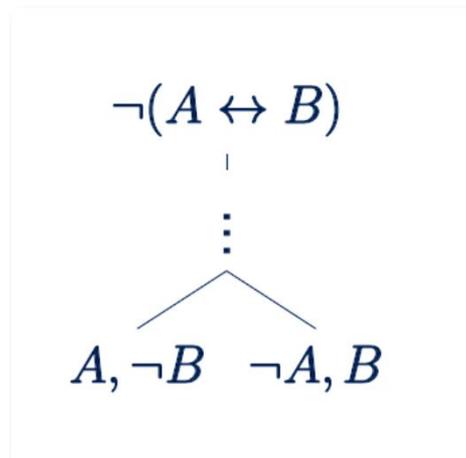
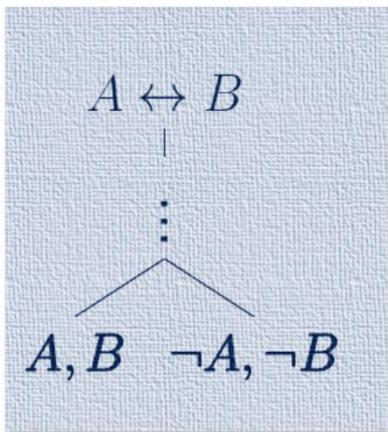


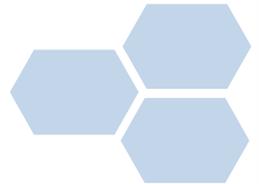
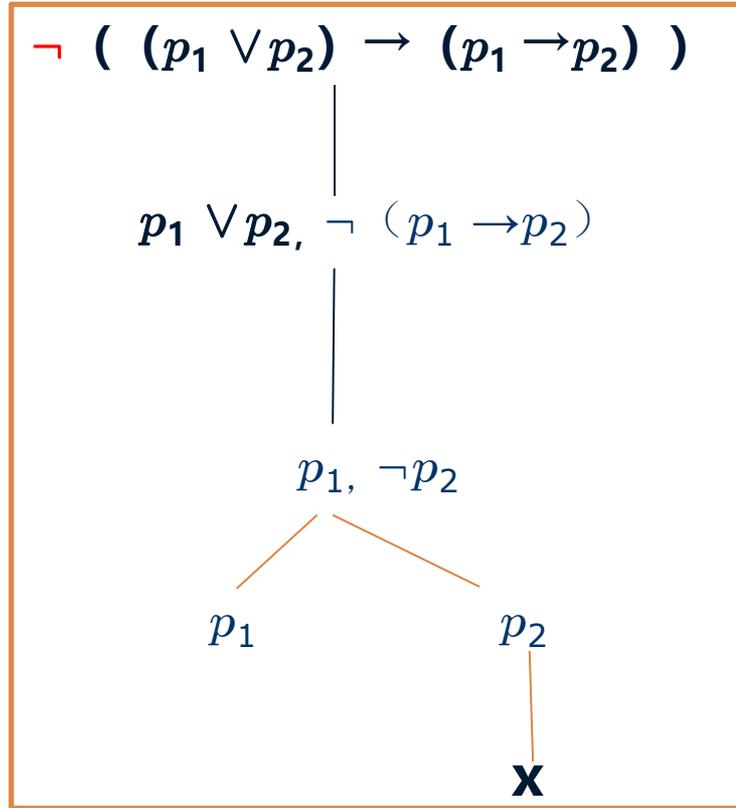
❖  $\rightarrow$ 规则:





## ❖ $\leftrightarrow$ 规则:

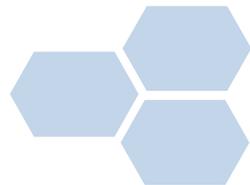






## 解析树判断重言式的原理

- ❖ 对于公式 $A$ ，建立 $\neg A$ 的解析树，使得解析树中的公式除命题变元及其否定之外都被解析了一次（这样的解析树称为是饱和的）。
- ❖ 如果该解析树中的每个枝都含有某个变元及其否定（闭枝），那么 $A$ 是重言式；
- ❖ 否则， $A$ 不是重言式。

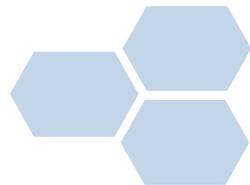




❖ 用解析树判定以下公式是否为重言式。

❖  $\neg (p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

❖  $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s))$





# 凭栏人·寄征衣

姚燧

欲寄君衣君不还，  
不寄君衣君又寒。  
寄与不寄间，  
妾身千万难。





**Thanks for your attention!**  
**Q & A**

