

Exercise 2 for Propositional Logic

School of Philosophy and Social Development

South China Normal University

2.1 用解析树判断下列公式是否是重言式（示例）

$$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

■ 解答：

$$\neg((\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$$

$$\neg p \vee q, \neg(p \rightarrow q)$$

$$p, \neg q$$

$$\begin{array}{cc} q & \neg p \\ | & | \\ \times & \times \end{array}$$

构造 $\neg((\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$ 的解析树如图。这个解析树的两个枝都是闭的，所以，可以判断原公式是重言式。

2.1 用解析树判断下列公式是否是重言式

$$(1) (p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$$

$$(2) ((p \rightarrow q) \wedge r) \rightarrow (\neg(p \wedge r) \vee (q \wedge r))$$

$$(3) ((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s))$$

2.2 判断下面推理的有效性（示例）

天若有情天亦老，天不会（变）老，所以，天无情。

■ 解答：

这个推理的形式为：
$$\frac{p \rightarrow q, \neg q}{\neg p}$$

该推理形式为重言式。

由此，可判断原推理是有效的。

构造真值表（或解析树）如下：

.....

2.2 判断下面推理的有效性

如果地球围绕太阳公转，但不围绕自己的轴心自转，那么地球上就没有昼夜。而事实是地球上存在昼夜。所以，或者地球并不公转，或者地球既公转又自转。

2.3分析题

深圳中学的四位老师在高考前对某理科毕业班学生前景进行推测，他们尤其关注班上的两个尖子生。

刘老师说：“如果小南能考上清华，那么小北也能考上清华。”

李老师说：“依我看这个班没人能考上清华。”

王老师说：“无论小北能否考上清华，小南考不上清华。”

张老师说：“我看小北考不上清华，但小南能考上清华。”

高考结果证明，四位老师中只有一人推测成立。

如果上述断定为真，则下列哪一项也一定为真？

- A.李老师的推测成立。
- B.王老师的推测成立。
- C.张老师的推测成立。
- D.如果小北考不上清华，则刘老师的推测成立。
- E.如果小北考上了清华，则刘老师的推测成立。