

Solution to Test 3 for Predicate Logic

School of Philosophy and Social Development

South China Normal University

1. 写出下列命题的形式

约定以下符号语言与自然语言的对应：

$P(x)$	x 是一位哲学家
$I(x_1, x_2)$	x_1 影响了 x_2
a	苏格拉底
b	柏拉图

(1) 苏格拉底是哲学家，并且柏拉图也是哲学家。

$$P(a) \wedge P(b)$$

(2) 苏格拉底影响了柏拉图。

$$I(a, b)$$

(3) 苏格拉底影响了所有的哲学家。

$$\forall x(P(x) \rightarrow I(a, x))$$

(4) 某位哲学家影响了所有的哲学家。

$$\exists x_1(P(x_1) \wedge \forall x_2(P(x_2) \rightarrow I(x_1, x_2)))$$

2. 用解析树证明下列公式是有效式

$$(1) (\forall x(P(x) \rightarrow D(x)) \wedge P(a)) \rightarrow D(a)$$

$$\neg((\forall x(P(x) \rightarrow D(x)) \wedge P(a)) \rightarrow D(a))$$

$$\forall x(P(x) \rightarrow D(x)) \wedge P(a), \neg D(a)$$

$$\forall x(P(x) \rightarrow D(x))$$

$$P(a)$$

$$\neg D(a)$$

$$P(a) \rightarrow D(a)$$

$$\neg P(a)$$

×

$$D(a)$$

×

这个解析树的两个枝都是闭的。

所以，可以判断原公式是有效式。

2. 用解析树证明下列公式是有效式

(2) $\forall x(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall xB)$ (x 不在 A 中自由出现)

$\neg(\forall x(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall xB))$

$\forall x(A \rightarrow B), \neg(A \rightarrow \forall xB)$

A

$\neg\forall xB$

$\neg B(a)$

$A \rightarrow B(a)$

$\neg A$ $B(a)$
× ×

这个解析树的两个枝都是闭的。

所以, 可以判断原公式是有效式。

2. 用解析树证明下列公式是有效式

$$(3) \quad \forall x(F(x) \rightarrow (G(x) \vee S(x))) \wedge (\exists x(F(x) \wedge \neg G(x))) \rightarrow \exists x(F(x) \wedge S(x)) \\ \neg(\forall x(F(x) \rightarrow (G(x) \vee S(x))) \wedge (\exists x(F(x) \wedge \neg G(x))) \rightarrow \exists x(F(x) \wedge S(x)))$$

$$\forall x(F(x) \rightarrow (G(x) \vee S(x))) \wedge (\exists x(F(x) \wedge \neg G(x))), \neg(\exists x(F(x) \wedge S(x)))$$

$$F(a) \wedge \neg G(a)$$

$$F(a), \neg G(a)$$

$$\neg(F(a) \wedge S(a))$$

$$\neg F(a) \quad \neg S(a)$$

×

$$F(a) \rightarrow (G(a) \vee S(a))$$

$$\neg F(a) \quad G(a) \vee S(a)$$

×

$$G(a)$$

$$S(a)$$

×

×

这个解析树的两个枝都是闭的。

所以，可以判断原公式是有效式。

2. 用解析树证明下列公式是有效式

$$(4) \quad (\forall x(M(x) \rightarrow N(x)) \wedge \forall x(S(x) \rightarrow M(x))) \rightarrow \forall x(S(x) \rightarrow N(x)) \\ \neg((\forall x(M(x) \rightarrow N(x)) \wedge \forall x(S(x) \rightarrow M(x))) \rightarrow \forall x(S(x) \rightarrow N(x)))$$

$$\forall x(M(x) \rightarrow N(x)) \wedge \forall x(S(x) \rightarrow M(x)), \neg \forall x(S(x) \rightarrow N(x))$$

$$\forall x(M(x) \rightarrow N(x)), \forall x(S(x) \rightarrow M(x))$$

$$\neg(S(a) \rightarrow N(a))$$

$$S(a), \neg N(a)$$

$$M(a) \rightarrow N(a)$$

$$S(a) \rightarrow M(a)$$

$$\neg M(a) \quad N(a)$$

$$\neg S(a) \quad M(a)$$

这个解析树的两个枝都是闭的。

所以，可以判断原公式是有效式。