

Test 2 for Propositional Logic

School of Philosophy and Social Development
South China Normal University

2.1 用解析树判断下列公式是否是重言式（示例）

$$\blacktriangle (\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

解答

$$\neg((\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$$

$$\neg p \vee q, \neg(p \rightarrow q)$$

$$p, \neg q$$

$$\neg p \quad q$$

× ×

构造 $\neg((\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$ 的解析树如图。这个解析树的两个枝都是闭的，所以，可以判断原公式是重言式。

2.1 用解析树判断下列公式是否是重言式

(1) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p)$

(2) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

(3) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r))$

(1)

$$\neg((\neg p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p))$$

|

$$(\neg p \rightarrow q); \neg((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p)$$

|

$$(\neg p \rightarrow \neg q); \neg p$$

/ \

p

$\neg q$

×

/ \

p

q

×

×

(2)

$$\neg((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$$

|

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)); \neg((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$$

|

$$(p \rightarrow q); \neg(p \rightarrow r)$$

|

p ; $\neg r$

/ \

$\neg p$

q

×

/ \

$\neg p$ $(q \rightarrow r)$

×

/ \

$\neg q$

r

×

×

(3)

$$\neg((p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r)))$$

|

$$(p \rightarrow q); \neg((r \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r))$$

|

$$(r \rightarrow q); \neg(p \vee q \rightarrow r)$$

|

$$p \vee q; \neg r$$

/ \

p

q

/ \

/ \

$\neg r$

q

$\neg r$

q

\times

/

\

\times

/

\

$\neg p$

q

$\neg p$

q

\times

解析树中存在开支，因此它不是重言式。

2.2 判断下面推理的有效性（示例）

▲ 天若有情天亦老，天不会（变）老，所以，天无情。

解答

这个推理的形式为

$$\frac{p \rightarrow q, \neg q}{\neg p}$$

构造真值表（或解析树）如下：

.....

由此，可判断原推理是有效的。

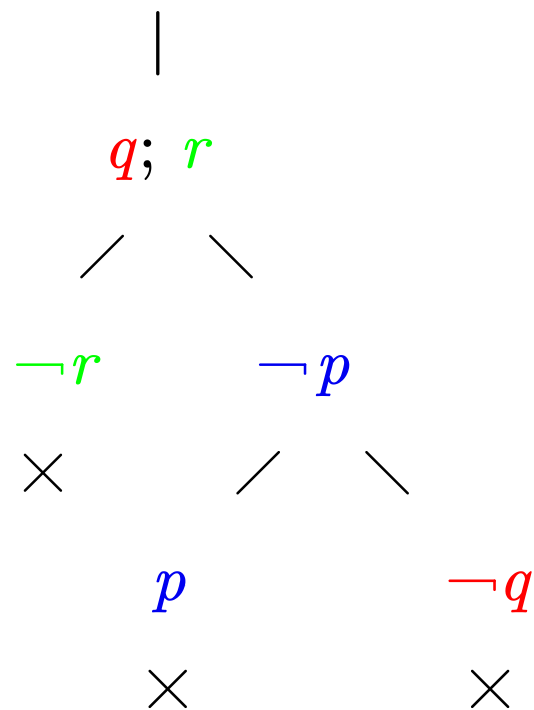
2.2 判断下面推理的有效性

或者法语难学，或者学生对法语不感兴趣；如果英语容易学，那么法语不难学。

因此，如果学生对法语感兴趣，那么学英语不容易。

$$\frac{p \vee \neg q; r \rightarrow \neg p}{q \rightarrow \neg r}$$

$$p \vee \neg q; r \rightarrow \neg p; \neg(q \rightarrow \neg r)$$



2.3 分析题

有三个人A、B、C，他们中**最多只有一人**做了核酸。三人分别作出以下判断：

A：如果C做了核酸，那么B没做核酸。

B：我做了核酸或者C做了核酸。

C：我做了核酸。

假设只有做了核酸的人说了真话，那么哪个人做了核酸？给出分析过程。

- 用 a 、 b 、 c 分别表示A做了核酸、B做了核酸、C做了核酸
- 三人说的话用 $c \rightarrow \neg b$; $b \vee c$; c
- 由于至多有一人做了核酸，我们只检查真值表中的以下四行

a	b	c	$c \rightarrow \neg b$	$b \vee c$	c
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	F	F

考虑只有做了核酸的人说真话，可以看出只有 T F F 这一行取值满足这一要求。因此，A做了核酸。