Test 3 for Predicate Logic

School of Philosophy and Social Development

South China Normal University

3.1 写出下列命题形式

约定以下符号语言与自然语言的对应：

D(x)	x是德国人
F(x)	x是法国人
L(x, y)	x喜欢y
r	拉斐尔
h	汉娜

(1) 拉斐尔是法国人并且汉娜是德国人。 $F(r) \wedge D(h)$

(2) 拉斐尔喜欢汉娜但是汉娜不喜欢任何法国人。 $L(r, h) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow \neg L(h, x))$

(3) 有德国人喜欢拉斐尔 $\exists x\ (D(x) \wedge L(x, r))$

(4) 对于任何法国人而言，总有他们不喜欢的德国人。

$$\forall x(F(x) \rightarrow \exists y\ (D(y) \wedge \neg L(x, y)))$$

3.2 用解析树证明下列公式是有效式

设 P 和 Q 是一元谓词符号。

（1） $\exists x\, P(x) \vee (\forall x\, Q(x) \to \forall y\, \neg P(y))$

（2）$\forall x(P(y) \to P(x)) \to (\neg P(y) \vee \forall x\, P(x))$

（3） $(\exists x\, P(x) \to \exists x\, Q(x)) \to \exists x(P(x) \to Q(x))$

（4） $\exists x \forall y(P(x) \to P(y))$

（1）

$$\neg(\exists x\, P(x) \vee (\forall x\, Q(x) \to \forall y\, \neg P(y)))$$

$$|$$

$$\neg \exists x\, P(x)\ ;\ \neg(\forall x\, Q(x) \to \forall y\, \neg P(y))$$

$$|$$

$$\forall x\, Q(x);\ \neg \forall y\, \neg P(y)$$

$$|$$

$$P(a)$$

$$|$$

$$\neg P(a)$$

$$\times$$

（2）

$$\neg(\forall x(P(y) \to P(x)) \to (\neg P(y) \vee \forall x\, P(x)))$$

$$|$$

$$\forall x(P(y) \to P(x));\ \neg(\neg P(y) \vee \forall x\, P(x))$$

$$|$$

$$P(y);\ \neg \forall x\, P(x)$$

$$|$$

$$\neg P(a)$$

$$|$$

$$P(y) \to P(a)$$

$$\begin{array}{cc} / & \backslash \\ \neg P(y) & P(a) \\ \times & \times \end{array}$$

（3）$\neg((\exists x\, P(x) \rightarrow \exists x\, Q(x)) \rightarrow \exists x(P(x) \rightarrow Q(x)))$

$$\exists x\, P(x) \rightarrow \exists x\, Q(x)\ ;\ \neg(\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)))$$

$$
\begin{array}{cc}
\neg \exists x\, P(x) & \exists x\, Q(x) \\
| & | \\
\neg P(a) & Q(b) \\
| & | \\
\neg(P(a) \rightarrow Q(a)) & \neg(P(b) \rightarrow Q(b)) \\
| & | \\
P(a);\ \neg Q(a) & P(b);\ \neg Q(b) \\
\times & \times
\end{array}
$$

（4）

$$
\begin{array}{c}
\neg(\exists x \forall y(P(x) \rightarrow P(y))) \\
| \\
\neg \forall y(P(a) \rightarrow P(y)) \\
| \\
\neg(P(a) \rightarrow P(b)) \\
| \\
\neg \forall y(P(b) \rightarrow P(y)) \\
| \\
\neg(P(b) \rightarrow P(c)) \\
| \\
P(a);\ \neg P(b) \\
| \\
P(b);\ \neg P(c) \\
\times
\end{array}
$$