

中小學生提出數學問題能力的评价再探

夏小剛, 汪秉彝, 呂傳漢

(貴州師範大學 數學與計算機科學學院, 貴州 貴陽 550001)

摘要: 對學生提出數學問題的能力進行評價, 其目的在於更好地根據學生提出問題能力的狀況來改進教學, 使他們的數學創新意識和能力得到進一步發展. 立足於對學生提出問題中的數學思維的揭示和分析, 建立以問題的数量、問題的种类和問題的獨創性為指标的關於學生提出問題能力的评价标准.

关键词: 提出問題能力; 數學思維; 评价指标; 评价标准

中图分类号: G423.04 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2008) 02-0008-04

在新課程下,《全日制義務教育數學課程標準(實驗稿)》(2001)和《普通高中數學課程標準(實驗)》(2003)相繼提出培養學生問題意識和提出問題能力的課程目標^[1, 2]. 由此, 提出問題成為我國數學課程改革的一個重要話題. 幾年來, 提出問題的教學研究取得了不少成績, 各種各樣有關提出問題的教學方法和方案與日俱增. 然而, 在教學實踐中, 尚存在不少有待解決的問題, 譬如關於學生提出問題能力的评价問題, 便是困擾教師有效實施提出問題教學的一個重要問題.《數學教育學報》2007年第3期發表了“中小學生提出數學問題能力的评价探究”一文^[3], 該文立足於中小學數學“情境—問題”教學的實驗研究, 從問題的数量和質量兩個方面, 對學生提出問題能力的评价标准進行了探究. 本文擬在此基礎上, 就提出問題能力评价的目的與作用, 评价标准的建立等問題作進一步的探討和分析, 以期有一些理性的提升和拓展.

1 评价的目的与作用

在數學活動中, 提出問題指:“通過對情境的探索產生新問題, 或在解決問題過程中對問題的再闡述.”^[4]其實質就是一種以問題生成為基本形式的數學探究活動. 因此, 對學生提出問題能力的评价應基於動態的、不斷呈現學生思維發展的提出問題過程. 评价的目的在於更好地根據學生提出問題能力的狀況來設計教學, 改進和精煉教學策略和方法, 使學生的數學創新意識和能力得到進一步發展.

评价可以對教師的教學決策提供有用的信息. 具體地說, 由於提出問題成為數學教學的基本構成——既作為教學的一種手段, 也作為教學的一種目標, 因此以適當的方式评价學生提出問題的能力, 這有助於考察學生對基礎知識的理解和基本技能的掌握, 也有利於揭示和分析學生的數學思維.

作為一種教學手段, 提出問題是學生理解基礎知識、掌握基本技能的一種學習方法. 因此, 為了有效達成教學的基本目標, 教師需要以有效的活動方式來评价學生提出問題的能力, 並以此考察這種教學方式對學生知識技能的影响. 譬如在高中“函數”概念的教學中, 教師給學生提供了一個關

於“函數”概念的數學任務:

考慮問題: $f(x)=x$ 與 $f(x)=\frac{x^2}{x}$ 是不是同一個函數? 提出你能解決的問題. 你能够提出和解決多少個不同的問題?

對上述兩個函數的判斷, 學生可能會提出“是同一個函數”和“不是同一個函數”的問題. 比如, 如果這兩個函數是同一個函數, 那麼它們的定義域是什麼? 其對應關係相同嗎? 等等. 通過對這些問題的考察, 教師可以診斷學生在“函數”概念學習中存在的問題, 幫助他們進一步弄清“函數”概念所包含的意義, 促進其對“函數”概念的認識.

作為一種教學目標, 提出問題教學的核心在於激發學生的問題意識, 提高他們提出問題的能力. 這就要求學生積極提出問題, 並以探索的方式進行學習. 譬如在數學問題的解決活動中, 一個常規問題可以用一個标准的算法解決, 但是是一個非常規問題則要求學生對問題情境及問題解答進行探索. 為此, 學生需要將問題解決調整為在原有問題中尋求新的問題, 即提出一些連續的更能體現已知信息與目標之間的關係的問題. 這樣, 通過對原有問題目標的層層分解以及次目標的逐次實現, 不斷接近或達到對原有問題的解決^[5]. 在此過程中, 由於學生的思維方式不只是抽象和邏輯的, 還有直覺的、歸納的和類比的, 因此, 對學生問題探究中的提出問題能力進行科學评价, 有利於揭示和分析學生的數學思維.

2 评价标准的建立

提出問題能力的评价目的在於改進教學, 提高學生的創新意識和能力. 自然地, 评价的核心就在於對學生提出問題中的數學思維, 特別是創新性思維的揭示和分析.

提出問題是創造性活動的一個基本特征. 目前, 儘管人們對於數學活動中的提出問題與創造力之間的一般關係還不十分清楚, 但是對“問題”的創造性的關注卻一直是有關提出問題评价的基本著力點^[6]. 事實上, 在早期有關提出問題的教學研究中, 研究者就已從托倫斯創造性思維測驗(Torrance test of creative thinking)中得到启发, 提出了關於提出問題能力的新認識, 即現今被人們普遍接受的、用以表

收稿日期: 2008-01-09

基金項目: 貴州省優秀科技教育人才省長專項基金項目——貴州農村地區數學“情境—問題”教學實驗基地建設研究(黔科教辦[2007]03號); 中國教育學會“十一·五”重點科研課題——西南地區數學“情境—問題”教學實驗的推廣研究(學會: 0629070)

作者簡介: 夏小剛(1966—), 男, 貴州務川人, 教育學博士, 主要從事數學學科教學論研究.

征提出问题能力的三要素^[7]:

- (1) 问题的数量——思维的流畅性;
- (2) 问题的种类——思维的灵活性;
- (3) 问题的新颖性——思维的独创性.

无疑,这为人们进一步认识学生提出问题中的数学思维提供了条件.由此,我们可以以问题的数量、问题的种类和问题的新颖性为指标,建立一个关于学生提出问题能力的评价标准.

2.1 问题的数量

问题的数量是评价学生提出问题能力的基本指标之一.主要关注的是学生能否提出大量有价值、有意义的、表达清楚的问题.事实上,提出问题无论是作为教学手段,还是作为教学目标,其基本任务就是允许学生提出大量的数学问题.至少,一个学生所提出的问题数量较多,表明他在收集和处理问题信息时能产生大量有价值的和意义的联想,对其中的数学关系能根据问题的结构要求进行不同的排列,并给予清楚的表达.以下面有关“圆点图形”的数学任务^[8]为例:

黄老师按某一规则画了下面一组图形(如图1所示):

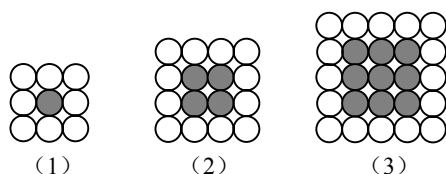


图1 圆点图形

他要在这组图形的基础上提出3个问题作为学生的家庭作业:一个是比较容易的,一个是中等难度的,另一个是比较难的问题.这3个问题可以用上面这组图形提供的信息解决.

请你帮助黄老师想出3个问题,并把它们写下来.

在这个“圆点图形”任务中,虽然给学生提供的情境——“圆点图形”和教师要求“提出问题”的背景信息——没有明确的、需要解决的数学问题,但包含了一些可以帮助学生发现和提出数学问题的探究点:某个或多个图形的点数,不同图形点数的比较,以及图形点数的变化规律等.比如,围绕图形的点数,学生可能提出诸如“第3个图形的点数是多少?”“第5个图形的黑点数是多少?”“第10个图形中的白点数是多少?”等问题.围绕图形点数的比较,可能提出“第3个图形的点数比第2个图形的多多少?”“第11个图形的点数比第10个图形的多多少?”等问题.

把问题的数量作为评价学生提出问题能力的一个基本指标,其目的是为了引导学生在问题意识的驱动下去发现问题和提出问题.基于这种需要,人们常常要以问题的数量去考察学生问题意识与提出问题能力的发展.为此可采取以下方法:就学生个体而言,一种可行的方法就是教师对学生当前和以往提出的问题数量进行统计和分析;对不同学生或不同班级的学生来说,可以对他们提出的问题数量进行比较.

2.2 问题的种类

在提出问题能力的评价中,如果说对问题数量的关注在于考察学生能否在较短的时间提出大量有价值的和意义的问题,

那么对问题种类的判别,则主要关注的是学生能否从不同的角度提出不同的数学问题.事实上,在一项关于提出问题的具体任务中评价学生不同的数学反应,这对于学生弄清如何决定两种反应相同或不同,进而提高其思维的灵活性是十分必要的.因此,当学生提出大量的问题之后,教师需要关注的就是从这些问题中鉴别哪些是同一种类的数学问题,哪些属于不同种类的数学问题.

通常,对于学生提出的问题种类的判断,可采取多种不同的判断纬度,如问题信息的拓展与否、问题的可解性、问题的难易程度等.以“圆点图形”的数学任务为例,假定学生A提出了这样3个问题:

- (1) 第3个图形的白点数是多少?
- (2) 第10个图形的白点数呢?
- (3) 第 n 个图形的白点数呢?

从问题信息的拓展程度来看,可以判断它们分别属于两种不同种类的问题,其中,问题(1)属于非拓展性问题,其信息来自“圆点问题”情境给定的初始条件,问题(2)和问题(3)属于拓展性问题,其信息已超越“圆点问题”情境给定的初始条件.

为了进一步分析有关问题的种类,我们提供了一个相关的判断问题种类的结构示意图(见图2).图中显示了不同判断纬度按一定序列所形成的结构关系:“问题信息的拓展”纬度——“问题的可解性”纬度——“问题的难易程度”纬度.从中我们可以对问题的种类做出相应的判断:以问题信息的拓展纬度来判断,数学问题被分为“非拓展性问题”和“拓展性问题”;以问题的可解性为判断依据,“非拓展性问题”被分为“可解决的非拓展性问题”和“不可解决的非拓展性问题”,“拓展性问题”被分为“可解决的拓展性问题”和“不可解决的拓展性问题”.以问题的难易程度为纬度,还可以对问题的种类作进一步划分.由此形成两个方面的数学问题:

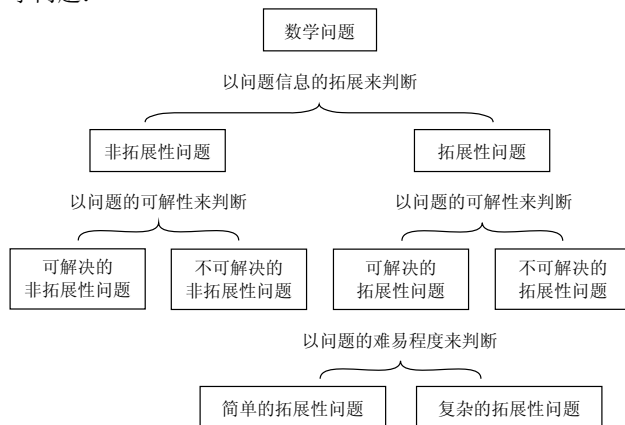


图2 问题的种类判断

一是有价值和意义的数学问题——可解决的非拓展性、简单的拓展性问题以及复杂的拓展性问题.

二是没有价值和意义的问题——不可解决的非拓展性问题和拓展性问题.

在我们看来,把问题的种类作为一个重要的评价指标,并把与此相关的信息传递给学生,这有助于转化学生的思维

模式, 增强其思维的灵活性.

2.3 问题的新颖性

问题的新颖性是反映学生创造性思维的核心要素. 对问题新颖性的判断, 其视角可以是数学的, 也可以是教育的. 从数学的角度看, 一个问题具有新颖性, 主要指它在某个特定数学学科领域上的独创性. 然而, 在数学教育中, “问题”被看作是人的心理困惑, 问题的存在与否, 取决于人的主观认知和感受, 因此, 问题是否“新颖”, 往往具有相对性. 换言之, 新颖的问题大多包含了两个基本特征:

(1) 原创性——问题必须对其他学生的问题而言是“新”的. 通常, 新颖的问题往往具有不落俗套的、出人意料甚至有趣的特点.

(2) 合理性——问题必须合乎数学的简洁性、逻辑性特点且为师生普遍接受. 否则即使问题是“新”的, 可能也难以被人赏识.

关于问题是否新颖的判别方法, 我们可以从托伦斯的创造性思维测验中得到有益的启示. 按照托伦斯创造性思维测

验的基本思想: “独创性的分数是由统计频数所决定的. 如果被试的想法或观点罕见于常模所记录的学生的想法, 就可以认为这种想法具有独创性.”^[9]因此, 当提出问题的任务作为检测学生思维独创性的一部分而被实施时, 一种可行有关问题新颖性的判断方法就是把提出问题的测试应用于许多学生, 从学生的反应中积累一些典型的数学问题, 并对不同的问题分别赋以不同的分值. 然后, 在学生的问题中找出与这些典型问题最接近的问题, 据此就可以对问题的新颖性加以判断. 或者, 从所有学生提出的问题中积累一套典型问题, 然后把学生提出的与那些典型问题作比较, 看这个给定问题是否具有典型性, 这样, 通过对新颖问题的数量进行统计, 就可以检测学生思维的独创性. 当然这是一项十分艰巨复杂的工作.

以上 3 个方面评价内容及其权重比例分配如表 1 所示. 考虑到问题的数量 and 问题的种类在学生提出问题能力发展中具有比问题的新颖性更为基本的意义, 因此, 这两个评价指标的权重比例相对较高.

表 1 学生提出问题能力的评价量表

评 价 因 素				得 分	
母 项	母 项 权 数	子 项	子 项 权 数	子 项 得 分	母 项 得 分
A 问题的数量	$K_A=0.40$	A_1 : 有价值有意义的问题数量	$K_1=0.60$		
		A_2 : 表达清楚的问题数量	$K_2=0.40$		
B 问题的种类	$K_B=0.40$	B_1 : 问题的可解性	$K_3=0.30$		
		B_2 : 问题信息的拓展程度	$K_4=0.40$		
		B_3 : 问题的难易程度	$K_5=0.30$		
C 问题的新颖性	$K_C=0.20$	C_1 : 原创性	$K_6=0.40$		
		C_2 : 合理性	$K_7=0.60$		

3 结 束 语

前面, 我们建立了一个以问题的数量、问题的种类和问题的新颖性为指标体系的关于学生提出问题能力的评价标准. 然而, 评价标准的建立只是为考察学生提出问题能力的提供了条件. 事实上, 为了增强评价的针对性和有效性, 教师在评价时还应关注以下两个方面的问题:

其一, 对学生提出的问题进行判断. 在提出问题活动中, 由于学生提出的问题并非都是教师期望的问题, 因此评价时应关注那些与数学有关的、有价值有意义的问题. 为此, 需要判断学生提出的问题中哪些是数学问题? 哪些不是? 如果是数学问题, 它们是否有价值和意义?

其二, 评价主体的多样化. 教师应鼓励学生积极参与,

把学生自评和互评结合起来. 这样, 既可以帮助教师找出学生存在的问题, 以改进教学策略和方法, 同时也有利于促进学生创新意识和能力的发展.

作为对提出问题能力评价的进一步反思, 我们也应看到, 上述评价标准的设计只是诸多设计策略中的一种. 事实上, 提出问题能力的评价不仅关注学生提出问题的结果, 也关注学生提出问题的过程; 不仅关注学生提出问题的水平, 也关注他们在提出问题活动中情感态度的变化. 因此, 如何从多角度和多层面来设计评价标准, 以使提出问题能力的评价能基于动态的、不断呈现学生思维发展的提出问题过程, 这仍然是值得我们进一步研究的重要话题.

[参 考 文 献]

- [1] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2001.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [3] 郑雪静, 汪秉彝, 吕传汉. 中小学生学习数学问题能力的评价探究[J]. 数学教育学报, 2006, 15(3): 47-52.
- [4] Edward A Silver. On Mathematical Problem Posing [J]. For the Learning of Mathematics, 1994, 14(1): 19-28.
- [5] Duncker K. On Problem Solving [J]. Psychological Monographs, 1945, (5): 58-62.
- [6] 夏小刚, 吕传汉. 美国数学教育中的提出问题研究综述[J]. 比较教育研究, 2006, 27(2): 18-22.
- [7] Lyn D English. Children's Problem Posing within Formal and Informal Contexts [J]. Journal for Research in

Mathematics Education, 1998, 29 (1): 83-106.

[8] 蔡金法. 中美学生数学学习的系列实证研究[M]. 北京: 教育科学出版社, 2007.

[9] A·J·斯塔科. 创造能力教与学[M]. 刘晓陵, 曾守铨译. 上海: 华东师范大学出版社, 2003.

Exploration on the Evaluation of Students' Ability of Posing Mathematical Problems

XIA Xiao-gang, WANG Bing-yi, LV Chuan-han

(Mathematics and Computer Science College, Guizhou Normal University, Guizhou Guiyang 550001, China)

Abstract: The aim of evaluating the students' ability to pose mathematical problems was to improve teaching according to the change of students' the ability to pose problems, which could make students' mathematical creative thinking and ability further improved. Establish evaluation criterion of students' posing problems, which was based on exploration and analysis of students' creative mathematics thinking of posing problems, by making the number, kinds and novelty of problems the evaluation index.

Key words: ability to pose problem; mathematical thinking; evaluation index; evaluation criterion

[责任编辑：周学智]

书讯

书 讯

为积极参与初、高中数学课程改革, 沈文选先生撰写了一套以献给中学师生、高师院校数学专业学生、广大数学爱好者, 企图拓展其数学视野、提高数学素养、融进新课改理念、丰富数学文化的丛书。这套丛书是作者学习张景中院士的教育数学思想, 响应张奠宙教授的倡议: 建构符合时代需要的数学常识, 享受充满数学智慧的精彩人生的书籍。该丛书由张奠宙教授作序, 于2008年1月由哈尔滨工业大学出版社出版, 共计300余万字, 分为6册:

《数学透视眼光》该书10章, 内容丰富, 令人兴奋, 其中包括了勾股定理的近200种证法。定价: 每册38.00元。

《数学思想领悟》该书7章, 其中介绍了中学数学的尽可能多的思想, 并系统分类举例谈领悟。定价: 每册38.00元。

《数学应用展观》该书13章, 介绍了中学数学知识在生产、生活、学习中的广泛应用。定价: 每册38.00元。

《数学建模导引》该书7章, 其中介绍了利用中学数学知识进行建模的大量案例。定价: 每册28.00元。

《数学方法溯源》该书22章, 其中介绍了从生活实践中归纳出22个数学方法原理及应用。定价: 每册38.00元。

《数学史话揽胜》该书11章, 其中介绍了中学数学各类知识产生的历史故事及数学发展年鉴。定价: 每册28.00元。

上述书籍均可直接到各地新华书店购买或订购, 也可以与哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室(150006, 哈尔滨市南岗区复华四道街10号, 0451-86281378)联系邮购。若想从作者沈文选(410081, 长沙市湖南师范大学数学系, 0731-6655633)处邮购, 则需另加15%的邮资费。