

关于苏州市初一和初二学生数学阅读理解水平的现状调查和困难分析

潘静茜¹, 吴颖康²

(1. 苏州市第三中学, 江苏 苏州 215000; 2. 华东师范大学 数学系, 上海 200062)

摘要:初一和初二学生基本能够根据数学阅读材料中提供的新定义、新公式解决材料中提出的相关问题; 能够依据材料中所提供的解题策略与方法尝试着推导材料中提出的新问题, 并能结合自己已有的知识背景得到一些结论; 已经初步具备理解数据、分析数据、处理数据的能力; 在解决数学阅读理解时的困难主要表现在数学语言理解困难、解题策略困难、数学操作困难和数学表达困难等方面. 培养学生的数学阅读理解能力应从以下 3 方面着手: 探究有效的阅读方法, 加深学生对数学材料的理解; 建构结构化的数学知识, 注重培养学生选择恰当解题策略的能力; 要适当训练学生的数学表达能力.

关键词:初中生; 数学阅读理解; 现状; 困难分析

中图分类号: G421 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2008) 03-0058-04

1 研究背景

近几年, 各地中考试题中纷纷出现了数学阅读理解题目. 一般来说, 数学阅读理解题目是要求学生先阅读题目中给出的一段数学材料, 再根据数学阅读材料中所涉及的数学概念、数学规律或数据资料来解决问题的一类数学题目. 这类题目往往信息量较大, 数学知识的涉及面较广, 对学生的数学阅读能力、数学分析能力和数学建模能力有一定的要求. 这类题目的出现与我国在 2001 年正式启动的基础教育课程改革的要求紧密相连. 促进学生自主学习是基础课程改革的重要目标之一, 而数学阅读理解学习正是促进学生自主学习能力发展的重要手段之一. 于是, 许多数学教育研究者和数学教师纷纷提出要加强对学生数学阅读理解能力的培养, 并就如何培养学生的数学阅读能力给出了建议^[1]. 要培养学生的数学阅读理解能力, 必须先对学生目前的数学阅读理解水平有所了解. 但是, 关于学生数学阅读理解水平究竟如何, 以及他们在数学阅读理解过程中碰到了哪些困难的实证研究却很少. 辛自强让 26 名三年级小学生解答一个有关“两车间生产比赛”的应用题, 题目中的问句是: “请问乙车间第三天最少要生产多少台电视机才能超过甲车间.” 结果发现有 13 位学生没能正确解题, 其中 8 人是因为不能正确地理解问句中的关键词“最少……才能超过”的含义^[2]. 很显然, 数学语言理解障碍影响了这些学生数学能力的发挥. 翁昌来分析了学生关于 2001 年上海高考数学卷中一道阅读理解题的解答后发现, 根据阅读材料提供的信息进行数学符号语言和数学文字语言的转译, 是学生在解答数学文字题时的一大障碍^[3]. 这些为数不多的研究似乎支持这么一个观点: 学生解决阅读理解题目的实际表现不容乐观, 他们在数学语言的理解以及数学阅读材料的组织和整合方面有一定的困难.

2 数学阅读理解的界定

由于目前对数学阅读理解的研究还不是很深入, 所以关于数学阅读理解的定义也不是很明确. 顾明远认为, 阅读理解是一种从书面材料(文字、符号、公式、图表)获得意义的心理过程, 它是由一系列的过程和行为构成的总和^[4]. 我们在借鉴顾明远关于一般阅读理解定义和 Newman 关于学生数学文字题解题错误的过程性分析框架的基础上, 尝试对数学阅读理解做出如下定义.

数学阅读理解是一种从书面数学语言中获得意义的心理过程. 它是由一系列的过程和行为构成的总和, 包括对给出的数学阅读材料中字、词层面上的理解, 对整段阅读材料含义的理解, 在原有知识基础上或结合数学阅读材料中提供的新方法选择恰当的解题策略, 根据选择的解题策略解题, 以及将问题的解以恰当的方式表达出来等具体的过程和行为.

3 研究问题

本文旨在调查初中学生数学阅读理解水平的现状, 并试图分析学生在解决数学阅读理解题目过程中存在的困难, 希望能在此基础上对数学阅读理解的教学提出一些有价值的建议.

更具体的, 我们试图回答以下两个研究问题: (1) 初一和初二学生的数学阅读理解处于怎样的一种水平? 二者之间的表现有差异吗? (2) 初一和初二学生在进行数学阅读理解时有哪些困难?

4 研究的理论框架

我们将 Newman 关于学生数学文字题解题错误的过程性分析框架作为研究的理论框架.

1977 年, 澳大利亚学者 Newman 发表了关于学生数学文字题解题错误的过程性分析框架^[5-6]. 该框架为教育研究

收稿日期: 2008-02-10

基金项目: 2007 年度上海市浦江人才计划资助

作者简介: 潘静茜 (1977—), 女, 浙江绍兴人, 中教一级, 主要从事中学数学教学研究.

者和广大教师进一步了解学生的解题错误提供了理论上和实践操作上的指导,具有非常重要的意义.该框架以学生的解题过程为线索,其结构如表1所示:

表1 学生数学文字题解题错误的过程性分析框架

分类	典型问题	错误
通过介绍与学生建立和谐关系	你叫什么名字?你喜欢数学么?我对你解决问题的方式很感兴趣.我并不在意你的答案是对的还是错的.	
阅读 (reading)	请把问题读一遍.(如果你不认识某个单词或者数字,那就跳过它.)	不能识别关键词和符号.
理解 (comprehension)	(a)(指着一个单词或者一个符号)这个单词或者符号是什么意思?(b)告诉我题目要求你解决的问题.(在你回答的时候你的意思是……?)	能够读出问题但不能理解词语、符号和问题的具体含义.
转化 (transformation)	告诉我你是如何开始找到问题的答案的?	不能把整句转化成数学问题的模式,无法选择恰当的解题策略.
操作 (processing skills)	告诉我你是如何得到答案的?当你解题的时候告诉我你是如何思考的?(让学生把解题过程写在一张纸上)	能够选择一个恰当的解题策略,但不能正确地应用解题策略或数学操作步骤.
表达能力 (encoding)	把解题答案写下来.	能够选择正确的解题策略并加以实施,但不能写出正确的答案,表达上有困难.

1980年以后,Newman的研究成果被许多教育研究者(Clarkson、Faulkner、Ellerton和Clements等)广泛应用于各国的教育研究中,研究范围也从数学阅读理解扩展到科学研究中.例如,在1990年,Marinas和Clements以Newman的理论为框架,首次对马来西亚七年级的学生解决数学文字题的困难类型进行了调查^[7].结果显示:90%以上的错误都来自理解题意的困难和策略选择困难两个方面.随后,Clements在Newman的理论基础上有所改进,于1996年又多次进行类似的实验研究.与以往不同的是,在这些研究中,他对于学生的每个答案(无论对错)都要求学生做出解释,对学生在数学阅读理解中产生的各种错误作了更精确的统计.Prakitpong和Nakamura根据Newman的理论框架编制了一份含5道题目的试卷用于测试全国小学五年级学生解决数学文字题时的错误类型,同样发现学生的错误主要集中在不理解题意和不能够选择恰当的策略两个方面^[8].

从国外的研究现状可以发现,各国数学教育研究者和教师已经广泛使用Newman的理论框架来分析学生解题中的具体错误类型.但是,从目前国内的研究现状来看,很少发现这方面的实证研究.结合国内外的现状,并考虑到数学阅读理解题目与Newman理论中所使用的文字题类似.

本文以Newman关于学生解决数学文字题的错误分析理论为框架,结合数学阅读理解题目的特点和自身的教学经验,将学生解决数学阅读理解题目时可能发生的困难分为如下5种情况:(1)数学阅读材料中的文字识别困难(reading)——学生不能识别阅读材料中的字或词的情况;(2)数学语言理解困难(comprehension)——学生不能理解阅读材料中出现的数学文字语言、数学符号语言和数学图形语言;(3)选择相应解题策略的困难(transformation)——学生无

法选择出恰当的解题策略,无法建立已知与求解之间的联系;(4)数学操作困难(process skills)——学生不能正确进行数学运算和数学推理证明;(5)表达困难(encoding)——学生不能正确地运用数学语言把解题过程表达出来.

5 研究设计与实施

5.1 研究对象

本研究的对象是来自江苏省苏州市某省级示范中学初一38名学生(男生18人,女生20人)和初二38名学生(男生20人,女生18人).该校是江苏省重点中学,其初中部师资力量雄厚,生源充足,历年中考成绩在苏州市名列前茅.

5.2 研究方法

本研究运用数学测试法和访谈法.数学测试用以调查初中生数学阅读理解水平和解题困难.在数学测试的基础上,选择部分学生就他们测试卷的解答结果进行访谈,以获得他们真实的解题策略和解题困难.

5.3 研究工具

本研究的工具包括初中生数学阅读理解水平测试卷和访谈提纲.

测试卷的编制主要从以下4个方面来考虑:(1)所选题目应涉及到不同的数学分支(代数、几何和统计);(2)考查学生对不同数学语言(文字语言、符号语言和图形语言)的相互转化能力;(3)考查学生的解题策略,包括原有的解题策略和阅读材料提供的新解题策略两部分;(4)适合初一和初二学生现有的数学基础.我们从近年来的中考数学阅读理解题目中选取5道具有代表性的、适合初一和初二学生的题目用于测试.第一题考查学生对给定材料中出现的几何图形概念的理解能力和基本的几何推理能力;第二题考查学生关于代数式和代数式系数概念的掌握,以及将代数规律从特殊推广到一般的能力;第三题考查学生将几何规律从特殊推广到一般的能力,同时考查学生描述推导过程的数学表达能力;第四题考查学生对材料中给出的代数公式的理解能力和将该公式用于解决实际问题的能力;第五题考查学生对统计数据进行分析处理能力.

访谈提纲用以深入了解学生在解决数学阅读理解题目时碰到的困难.该提纲中访谈问题依据Newman的框架编制.例如,在阅读材料中有没有你不认识的字或者词?题目中有没有你不理解的词语?你能把题目的要求用你自己的语言解释给我听吗?你找到解决问题的方法了吗?你能把自己的解题过程解释给我听吗?你能够把你的答案写下来吗?

在正式研究前,进行了预研究.初一6位同学(其中优秀生、中等生、后进生各两人)参加了测试和访谈.这些学生用了大约两小时完成问卷.根据他们的测试和访谈结果,对原测试卷和访谈提纲进行了改进.

5.4 研究实施

2006年7月1日,我们安排初一和初二学生分别在自己的班级里进行了测试.初一学生用了约两小时完成问卷,而初二学生则用了约一小时.根据学生的得分情况和错误类型,共选择了12名初一学生和5名初二学生于2006年7月2日至7月4日进行了访谈.每位学生的访谈时间为20

分钟. 所有访谈过程都作了笔录.

5.5 数据分析

测试卷的结果分析: 首先, 根据事先拟定的评分标准, 评定每位学生的成绩; 其次, 分别统计初一、初二学生的总分和每个小题的得分情况, 并利用 t -检验比较初一和初二学生的成绩表现是否具有统计意义上显著性差异; 再次, 根据上文提出的学生可能发生的 5 种困难类型, 对学生解数学阅读理解题的困难进行定性分析.

访谈笔录: 访谈过程以书面形式记录下来, 结合数学测试卷中的答题表现对学生的解题困难进行描述.

6 研究结果

6.1 学生数学阅读理解水平

学生数学阅读理解水平测试结果如表 2 所示.

表 2 学生数学阅读理解水平测试结果

	初一	初二	平均分 差异	t	p
	平均分 (标准差)	平均分 (标准差)			
总分	57.2(15.3)	60.6(12.7)	-3.4	-1.1	0.29
题一	7.4(4.0)	9.1(4.0)	-1.7	-1.9	0.07
题二	13.3(6.8)	15.9(5.7)	-2.6	-1.8	0.07
题三	8.3(4.8)	9.7(5.8)	-1.4	-1.1	0.28
题四	11.4(4.5)	10.1(4.9)	1.3	1.2	0.23
题五	16.8(4.1)	15.9(4.3)	0.9	0.9	0.35

注: 试题满分 100 分, 每题 20 分, 题一至题五的类型分别为: 几何图形推理, 代数规律归纳, 几何规律归纳, 代数公式应用和统计数据分析.

从表 2 可以看出, 从整体而言, 初一和初二学生数学阅读理解水平呈中等水平. 从 5 个小题的得分情况来看, 第一题和第三题得分偏低, 说明学生在几何图形的理解和几何逻辑推理方面存在较大困难; 第四题得分不高, 表明学生应用新的代数公式的能力有待提高; 第二题和第五题得分较高, 说明学生在寻找代数规律和通过统计数据得出简单结论两方面值得肯定.

t -检验的统计分析发现, 初一和初二学生在总分和各个小题的表现上均没有统计意义上的显著性差异, 但是初二学生的总体表现比初一学生略好一些. 具体而言, 初二学生在题一、题二和题三上的表现要好于初一学生, 但是在题四和题五上的表现略逊于初一学生. 造成差异的原因可能与学生的背景知识差异及两个班的数学任课教师的教学侧重点不同有关.

6.2 学生数学阅读理解困难分析

从测试和访谈结果来看, 这些学生没有字词层面上的阅读困难. 他们在解决数学阅读理解题目时的困难主要可以分为 4 种: 数学语言理解困难, 解题策略困难, 数学操作困难和数学表达困难. 当然也有少部分学生由于审题不仔细而产生解题错误. 我们这里只讨论 4 种主要困难.

数学语言理解困难具体表现为学生不能正确理解数学词语、数学符号、数学图形和数学句子的含义. 例如, 初一有 3 位学生不理解题一中“重合”的意思. 他们错误地把重合分成完全重合和所谓的不完全重合, 从而无法理解题目当中的重合究竟是什么含义. 我们在访谈中发现, 有相当一部分初一学生不能完全明白题一中第三小题的含义; 一位数学

基础较为薄弱的初一学生将“友好矩形”画成平行四边形, 她解释为矩形包括平行四边形.

解题策略困难指学生在阅读完数学材料后无法根据题目要求寻求到与之相关的解题策略, 导致解题无法继续. 例如, 题一第三小题要求学生求出周长最小的友好矩形. 通过访谈发现, 不少初一和初二学生能够联想到的相关几何性质仅仅为“三角形中, 两边之和大于第三边”, 而只利用该性质又无法完成矩形周长的比较. 于是学生往往按照直觉确定最小周长的友好矩形. 题三要求学生在理解阅读材料中给出的寻求几何规律的归纳法基础上, 将该方法运用于推导一新的几何规律. 通过访谈发现, 解题有困难的学生通常无法理解阅读材料中的归纳法, 无法将这种寻找规律的方法融入到自身的知识网络结构中, 知识的重新建构和整合出现障碍, 从而无法获得正确答案.

数学操作困难指学生在运用数学语言进行转换、运算、推理证明等具体操作过程中出现的困难. 例如, 就题一第三小题来说, 大部分初二学生能够作出一个任意锐角三角形的 3 个友好矩形. 他们分别以该三角形的每一边为底边, 过底边的一个端点作底边的垂线, 过这一边所对的顶点作底边的平行线, 从而确认矩形. 这样的重复操作没有混淆他们对友好矩形定义的理解和把握. 而不少初一学生在对任意锐角三角形作友好矩形时显得有些手忙脚乱、无从下手. 究其原因可能是初一学生不擅长把友好矩形的定义中所出现的许多不太熟悉的概念一一转化为实际操作步骤, 形成作图困难.

数学表达困难表现为学生做题时知道怎么解, 却不知如何写、如何说. 通过访谈发现, 很多学生都无法正确表达自己的意思, 只能用含糊不清的字眼来代替. 当问及“如何思考出问题答案的”问题时, 有学生回答“是算出来的”而不具体说明是如何算出来的. 当问及一位学生在解答题二过程中有什么具体困难时, 他这样回答: “没有很大的困难, 但看完阅读材料, 不太能归纳出规律, 不太会叙述解题方法, 对于展开也不是特别熟练.”这说明该学生不知道如何表述自己的困难具体在哪里, 是概念弄不清楚, 还是不懂题目的意思, 是不理解题目中给出的解题策略, 还是无法应用该策略于新的问题情境.

尽管我们没有对每种困难在所有困难中所占的比例做专门的统计分析, 但是从测试和访谈结果来看, 数学语言理解困难和解题策略困难更为严重. 这与前面所述的与 Newman 理论相关的研究结果是一致的.

7 结论与建议

总的来说, 本研究中涉及的初一和初二学生基本能够根据数学阅读材料中提供的新定义、新公式解决材料中提出的相关问题; 能够依据材料中所提供的解题策略与方法尝试着推导材料中提出的新问题, 并能结合自己已有的知识背景得到一些结论; 已经初步具备理解数据、分析数据、处理数据的能力. 不足的是, 这些学生在解决数学阅读理解题时有这样或那样的困难. 具体表现为数学语言理解困难、解题策略困难、数学操作困难和数学表达困难. 其中, 数学语言理解困难和解题策略困难更为突出一些.

本研究关于初一和初二学生数学阅读理解水平和困难的分析结果表明,教师可以从以下3方面着手培养学生的数学阅读理解能力。

第一,探究有效的阅读方法,加深学生对数学材料的理解。研究表明,学生在数学语言的理解方面存在较大的问题。为提高学生对数学语言的理解水平,教师首先需要培养学生数学阅读的兴趣。比如说教师可以在学生当堂阅读教材之前适当地创设一些难度适当的、富有启发性的问题情境,从而激发学生的阅读兴趣。带着这些问题,学生的阅读就有了方向。从访谈结果发现,学生在阅读数学材料时习惯于接受材料中所提供的结论而不是通过自己的分析去验证结论。由于缺少了思考分析的过程,学生在完成后面的题目时出现了各种困难。因此,教师必须要求学生在数学阅读时主动地去探求结论,而不是接受现成的结论。此外,数学语言包括文字语言、符号语言和图形语言等。教师要帮助学生建立起这些不同语言表述之间的联系。比如说,要求学生根据给出的应用题列方程,或者根据给出的方程编写应用题。这样能加深学生对不同数学语言的理解和转换。

第二,建构结构化的数学知识,注重培养学生选择恰当解题策略的能力。数学教学的任务就是发展学生对数学知识

的充分理解,并且形成有结构的知识体系。在该知识体系中必须包含说明在什么情况下应该使用的“线索”或“索引”,即要说明在什么情况下应该选择什么解题策略以达到解题的目的。本研究结果表明学生在解题策略方面存在较大困难。这就要求教师在讲解数学知识的同时还需要根据实际情况介绍相关解题策略,并且要对在什么情况下使用这些解题策略做出说明。例如,教师不仅要讲解一道题目的解题方法,还应该引导学生思考在什么情况下可以应用这些方法,这样知识才能变成“活的”、可用的知识。此外,教师还应该鼓励学生多了解一些一般的科学文化知识及生活经验,这些可以为数学阅读理解问题的解决提供丰富的背景知识。

第三,要适当训练学生的数学表达能力。根据本研究的发现,目前部分学生数学口头表达能力差,数学书写混乱。针对这种情况,教师要利用各种机会启发学生说出解题思路,说出思维过程。例如,在课堂上教师可以让学生根据某一问题,独自小声说,同桌之间练习说,4人小组互相说等,还应该引导学生用简明、准确、规范的数学用语完整地回答问题。另外,教师还应指导学生熟练掌握数学书写格式,学会规范的数学书面表述。

[参考文献]

- [1] 邵光华. 数学阅读——现代数学教育不容忽视的课题[J]. 数学通报, 1999, (10): 16-18.
- [2] 翁昌来. 对“数学阅读教学”的再思考——阅上海2001年高考数学21、22题学生答卷的启迪[J]. 数学教学, 2001, (6): 25-28.
- [3] 辛自强. 儿童在数学问题解决中图式与策略的获得[D]. 北京师范大学, 2002.
- [4] 顾明远. 教育大辞典(第五卷)[M]. 上海: 上海教育出版社, 1991.
- [5] Newman M A. An Analysis of Sixth-grade Pupils' Errors on Written Mathematical Tasks [A]. In: Clements M A, Foyster J. Research in Mathematics Education in Australia [C]. Melbourne: Swinburne College Press, 1977.
- [6] Newman M A. An Analysis of Sixth-grade Pupils' Errors on Written Mathematical Tasks [J]. Victorian Institute for Educational Research Bulletin, 1977, 39: 31-43.
- [7] Marinas B, Clements M A. Understanding the Problem: A Prerequisite to Problem Solving in Mathematics [J]. Journal for Research in Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 1990, 13 (1): 14-20.
- [8] Prakitipong N, Nakamura S. Analysis of Mathematics Performance of Grade Five Students in Thailand Using Newman Procedure [J]. Journal of International Cooperation in Education, 2006, 9(1): 111-122.

Suzhou Grade 7 and 8 Students' Mathematics Comprehension: Current State and Error Analysis

PAN Jing-qian¹, WU Ying-kang²

(1. Suzhou No.3 Middle School, Jiangsu Suzhou 215000, China;

2. Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

Abstract: This study investigated 76 Suzhou Grade 7 and Grade 8 students' Mathematics comprehension level, and analyzed their difficulties in solving mathematics comprehension problems based on the framework of Newman error analysis. In general, the Grade 7 and Grade 8 students had average mathematics comprehension ability. These students' difficulties in solving mathematics comprehension problems can be classified into four categories: difficulties in understanding mathematics language, difficulties in selecting appropriate problem solving strategies, difficulties in mathematics operation, and difficulties in mathematics communication. Several pertinent suggestions on how to develop middle school students' mathematics comprehension ability were proposed at the end of the paper.

Key words: middle school students; mathematics comprehension; current state; error analysis

[责任编辑: 陈汉君]