

《数学分析》教材简介

数学分析是数学各专业的学科基础课,其重要性是不言而喻的。编者根据多年的教学经验,在吸取一些现有教材的优点基础上,编写了本教材。



现有的各种数学分析教材都有其优点和缺点,编者希望在可读性、系统性和逻辑性上能写出特色,并将分层教学的理念灌注全书。

首先在可读性方面,对于重要概念,只给一种定义形式,其他的等价定义一般放在思考题或习题中。例如,对数列极限,本书只引入了 $\varepsilon-N$ 定义,目的是希望学生能吃透这个概念;数列极限的另一个等价定义放在习题中,方便基础较好的学生学习。对定理的证明,尽量用朴素的方法证明。对书中的例题,表达尽量详细,让学生容易自学。对某些定理采取先用后证的方法讲述,例如,在第七章,先给出区间上的连续函数必定存在原函数这个结论,这样就可以介绍求不定积分的各种方法;在第八章,先给出闭区间 $[a, b]$ 上的连续函数必定在 $[a, b]$ 上可积这个结论,这样可以使定积分的计算提前,然

后在第八章后面再证明这两个存在性定理。

通过部分章前的预备知识和附录,解决了“数学分析”与“中学数学”之间的衔接问题。在《数学分析(三)》中提供了丰富的插图,使得多元函数微积分的内容更显直观。这些处理都使教材的可读性有所提高。

其次在系统性方面,将关系较密切的内容,放在一起。例如,将发散数列和子列的概念放在同一节,将判别数列收敛的各种方法放在同一节,将定积分的应用与反常积分放在同一章,将各种情况下的Fourier级数和Fourier级数展开放在同一节,将第一型曲线积分、曲面积分和第一型曲线积分、曲面积分放在同一章,将各种积分之间的关系放在同一章等等。另外,有理函数分解为部分分式的理论,国内的数学分析教材几乎都将其证明归到高等代数课程中,而高等代数教材也不写这部分内容。为了弥补这一缺陷,在本书的第二册(《数学分析(二)》)的第七章中,将给出有理函数分解为部分分式理论的详细证明,方便教学与学生自学。

再次在逻辑性方面,考虑到可读性的同时,尽量在给出定理的同时,也完成对定理的证明。例如,将致密性定理放在第一章,这样数列的柯西收敛准则在第一章就可以证明,使得第一章对数列有较完整的处理;然后在第三章就可以完成闭区间上连续函数性质的证明;第六章就只需讲区间套定理、有限覆盖定理及其应用等,这样难点也分散了。在写导数与微分部分时,先讲微分,后讲导数,强调微分的作用,这样在后面讲定积分的微元法时,我们将给出微元法的理论依据。

考虑到不同教学基础的学校 and 不同层次的学生在教与学方面有不同的需求,我们在较充分顾及系统的完整性的基础上,通过小字和“*”标记本书中的选学内容。对选学内容的处理可以很灵活,如第一章中致密性定理内容可以留到第六章处理或只作简要介绍。

书中配置了丰富的思考题、作业题和复习题,并且分三级配置,方便教师教学和学生学

习.每章末配有小结,总结这一章所学的知识点、概念和方法等,方便学生复习.

本教材分三册出版.《数学分析(一)》讲述一元函数极限理论和一元函数微分学,它的内容包括:数列极限与确界原理、函数的概念及其性质、函数极限与连续性、函数的导数与微分、微分中值定理及其应用、函数的极值和凸性及作图、实数集的稠密性与完备性.《数学分析(二)》讲述一元函数积分学和级数理论,它的内容包括:不定积分和定积分、定积分应用与反常积分、数项级数、函数项级数、幂级数和 Fourier 级数.《数学分析(三)》讲述多元函数极限论和多元函数微积分学,它的内容包括:多元函数极限与连续性、多元函数微分学、隐函数理论、多元函数积分学.

《数学分析(一)》的初稿由刘名生教授、冯伟贞副教授和韩彦昌副教授编写.《数学分析(二)》的初稿由徐志庭教授、刘名生教授和冯伟贞副教授编写.《数学分析(三)》的初稿由耿堤教授、易法槐 教授和丁时进教授编写.初稿完成后,编写组全体成员多次仔细讨论、评阅和修改.全书由刘名生教授和冯伟贞副教授负责编写组织工作.林伟教授和朱玉灿教授审阅了本书并提出许多宝贵意见.

本教材在编写过程中得到华南师范大学数学科学学院许多同事的宝贵支持,并得到广东省名牌专业建设专项经费、国家特色专业建设点专项经费及 2008 年度华南师范大学校级教改项目的资助.编者在华南师范大学数学科学学院 08 级师范班的数学分析课程中试用了本教材.编者参考和借鉴了诸多相关书籍,在此谨向原作者表示衷心的感谢,恕不一一列举.编者在此谨向对本书的编写和出版给予大力支持的华南师范大学数学科学学院、科学出版社,以及在本书撰写过程中给予指导和关注的各位专家、老师和学生表示由衷地感谢.由于水平所限,疏漏之处在所难免,诚待各位专家和读者予以批评指正.