

案例 12—古典概型单元教学设计

郭泽琳 2020 级研究生第九小组胡锦涛超等同学 吴平生 赵萍

一、文献综述

(一) 研究现状

研究现状主要包括教学过程中的问题、问题成因和教学建议等方面.

在教学过程中的问题方面,已有的研究提到概率课堂缺乏现实意义,过往教学过程直观不足,概率与统计连通性不足等现象.

在问题成因方面,已有的研究分析学生学习的长期背景得到自小学以来概率学习的长期脱节;概率与组合数学存在重叠等情况.

在教学建议方面,已有的研究包括设置生活化教学情境,重视图表的实际应用,鼓励学生进行合作探究交流心得等建议.

以上研究对概率单元从教学过程中存在的问题、问题的成因以及解决问题的建议等方面进行较为科学的研究,对实际教学有一定的指导意义.

(二) 研究方法

概率的常用研究方法如下:

- 1.文献分析法:以概率的教学研究为课题,通过对中国知网数据库的大量相关硕博论文进行综述研究;
- 2.小组讨论法:基于概率的相关的知识、思想,讨论存在的教学问题的解决策略.

(三) 结论

针对以上问题,教师可采取的措施有:

- 1.增强概率课程的趣味性,夯实学生的数学基础;
- 2.设置生活化教学情境,锻炼学生的思维能力;
- 3.让学生体会到进行模拟试验的必要性与可操作性,培养学生的数据分析与数学建模素养;
- 4.重视统计图表的实际应用,通过对教科书的学习也可以对其有很好的理解,培养学生数据分析素养;
- 5.利用函数与方程、数形结合等数学思想方法对传统教学进行补充.

总的来说,概率单元教学需关注学生的生活情景的教学,培养学生的数据分析等核心素养,注重概率在实际生活决策中的应用,学会运用数学建模解决实际问题.

二、教材对比分析

(一) 2004 年人教 A 版与 2019 年人教 A 版对比

	2004 人教 A 版教材	2019 人教 A 版教材
章	3.1 随机事件的概率	10.1.1 有限样本空间与随机事件
节	3.2 古典概型	10.1.2 事件的关系与运算

编排	3.3 几何概型	10.1.3 古典概型
		10.1.4 概率的基本性质
内容编排	概率的概念	
	以经历无数次试验后频率稳定在某个数值，称为概率	直接给出概率的定义：对随机事件发生可能性大小的度量
	古典概型	
	从 a, b, c, d 中任取两个字母的试验中寻找基本事件，并归纳总结概括出古典概型的定义	通过“彩票摇号”、“抛硬币”、“扔骰子”等试验，总结古典概型的共同特征并定义古典概型
	概率的基本性质	
主要从事件的关系与运算出发，推导出必然事件的概率为 1，不可能事件的概率为 0 等四个基本性质	从概率的定义出发研究概率的基本性质，借助事件的基本关系和运算，得到概率的 6 个基本性质	

(二) 2019 年北师大版与 2019 年人教 A 版教材对比

	2019 北师大版教材	2019 人教 A 版教材
章节编排	3.1 随机事件的概率	10.1.1 有限样本空间与随机事件
	3.2 古典概型	10.1.2 事件的关系与运算
	3.2.1 古典概型的特征和概率计算公式	10.1.3 古典概型
	3.2.2 建立概率模型	10.1.4 概率的基本性质
	3.2.3 互斥事件	
内容编排	概率的概念	
	以大量重复进行时，随机事件发生的频率具有稳定性，称这个常数为概率	直接给出概率的定义：对随机事件发生可能性大小的度量
	古典概型	
	借助“摸球实验”、“硬币”、“骰子”、“转盘”等四个概率事件，总结归纳古典概型的共同性质和概念	通过“彩票摇号”、“抛硬币”、“扔骰子”等试验，总结古典概型的共同特征并定义古典概型
	概率的基本性质	
借助前面例 1 的抽质量盘试验，得出互斥事件的概念，并抽象概括互斥事件的概率性质，其他三条性质的推导类似	从概率的定义出发研究概率的基本性质，借助事件的基本关系和运算，得到概率的 6 个基本性质	

三、内容和内容解析

(一) 内容

本单元的内容包括有限样本空间与随机事件、事件的关系和运算、古典概型和概率的基

本性质.

本单元的教学共 4 课时. 其中 10.1.1 有限样本空间与随机事件 1 课时; 10.1.2 事件的关系和运算 1 课时; 10.1.3 古典概型 1 课时; 10.1.4 概率的基本性质 1 课时.

(二) 内容解析

本单元的重点是随机事件、有限样本空间、古典概型、概率的基本性质.

从知识的上下位关系来看, 概率是在研究统计的基础上进一步研究, 借助生活中概率事件的引出概率的相关概念、计算公式和操作方式等. 随机事件的概率和有限样本空间等知识的学习对后面继续学习概率相关知识提供了基础.

在学习过程中, 培养分类讨论、类比和数形结合思想, 渗透数学抽象、数学运算、数据分析和数学建模等核心素养.

四、目标和目标解析

(一) 目标

1. 结合具体实例, 理解样本点和有限样本空间的含义, 理解随机事件与样本点的关系.
2. 了解随机事件的并、交与互斥的含义, 能结合实例进行随机事件的并、交运算.
3. 结合具体实例, 理解古典概型, 能计算古典概型中简单随机事件的概率.
4. 通过实例, 理解概率的性质, 掌握随机事件概率的运算法则.
5. 结合实例, 会用频率估计概率.

(二) 目标解析

达成上述目标的标志是:

1. 能够根据问题列举出随机试验的样本空间、样本点;
2. 能结合实例进行随机事件的并、交运算;
3. 理解古典概型, 能计算古典概型中简单随机事件的概率;
4. 会根据概率的性质和运算法则来解释和解决一些简单的实际问题;
5. 能够结合生活例子, 理解频率与概率之间的关系, 并会用频率估计概率.

五、教学问题诊断分析

高一学生的思维能力正在由确定性思维向不确定性思维转变, 但不确定性思维仍较为薄弱. 在本单元的学习中, 需要学生通过发现问题、提出问题、分析问题和解决问题等一系列思维活动, 由具体的生活实例进行归纳、类比和演绎, 抽象概括出随机事件概率的本质, 从而得到相关概念和性质, 学生在这个过程中可能会遇到困难.

因此, 本单元的教学难点包括随机事件的样本空间、古典概型的两个特征、概率的性质与用频率估计概率. 突破难点的关键在于教师要联系生活实际, 利用好教科书中的实例和问题, 重视培养学生的数据分析和数学建模素养, 引导学生归纳类比、理解随机事件相关概念和求随机事件概率的方法.

六、教学条件支撑

在本单元的教学中，可以利用模拟试验的用具：硬币、骰子等进行实际操作教学，也可以信息技术中的 Excel、GeoGebra 等软件工具进行数据计算、列表和作图。

七、《古典概型》教学设计

（一）教学内容

古典概型。

（二）教学目标

知识目标：理解古典概型的定义和特点，理解古典概型的概率计算公式，发展数学建模素养。

能力目标：会辨析随机事件是否为古典概型，会计算古典概型的概率，培养分析与解决问题的能力。

素养目标：了解随机现象与概率的意义，联系实际生活，以科学的态度看待身边的随机现象。

情感目标：用生活中的大量实例，感受数学知识应用于生活中的美妙，激发学生学习数学的兴趣。

（三）教材分析

1. 教材来源

2019 年人教 A 版新教材《普通高中教科书》数学必修第二册第十章随机事件与概率 10.1.3 古典概型。

2. 地位与作用

古典概型是随机事件和随机事件关系和运算之后学习的内容，古典概型是一种基本的概率模型。教材中先给出了概率的定义，并给出了通过试验和观察的方法可以得到一些事件的概率估计，但这种方法耗时多，而且得到的仅是概率的近似值，能否通过建立适当的数学模型直接计算随机事件的概率呢？接着引出了古典概型的特征和古典概型的计算公式，该课时的重难点都在于如何辨析某事件为古典概型。通过大量的生活中的例子，让学生辨析其是否为古典概型，从而达到对古典概型问题的掌握，同时激发学生的学习兴趣，培养学生勇于探索，善于发现的创新精神。

（四）学情分析

高一学生的抽象思维与变量思维正在形成过程之中，在本节课的学习之前，学生已经了解了随机事件和事件的关系和运算，并在生活中也多次接触过古典概型，具备一定的知识迁移能力、实践运用能力、独立思考意识、分析和解决问题的能力。但是部分学生对概率知识的理解模糊不清，可能出现对古典概型的定义理解不全面以及全面分析问题的能力不足等问题，需要教师给学生适当的指导。

（五）教学重难点分析

教学重点：理解古典概型的定义和特点，理解古典概型的概率计算公式。

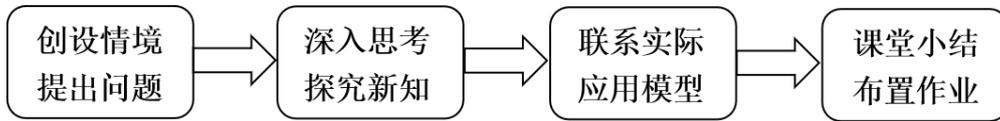
教学难点：会辨析随机事件是否为古典概型，会计算古典概型的概率。

（六）教学思路与方法

本节课需要经历由生活实例中抽象出一般概念和性质再运用到生活实际中解决概率问

题的过程，采用教师讲授、学生自主探究和分组合作等教学方法开展教学。

(七) 教学流程



(八) 教学过程设计

教学环节：创设情境，提出问题

教学内容	师生活动	设计点评
<p>【问题一】</p> <p>最近学校正在开展足球比赛，比赛双方在开场时要决定哪一队先开球，裁判采取以下方式决定谁先开球：抛掷一枚质地均匀的硬币，“正面朝上” A 队开球，“反面朝上” B 队开球。你觉得这样公平吗？</p> <p>（对随机事件发生可能性大小的度量称为事件的概率。事件 A 的概率用 $P(A)$ 表示。）</p> <p>【问题二】</p> <p>这些随机事件，写出它们的样本空间，并猜测它们发生的概率：</p> <p>(1) 小虎不会解某道单选题，他随机选择四个选项中的一个，他答对的概率是多少？</p> <p>(2) 抛掷一枚均匀的硬币，观察它落地时哪一面朝上，其朝上的概率是多少？</p> <p>(3) 在适宜的条件下，种一粒种子，观察它发芽的概率是多少？</p> <p>(4) 从 0~1 之间任取一个实数，每个数被取到的可能性相等，取到 0.1 的概率是多少？</p>	<p>教师给出问题一，提出公平与否实质上是概率大小的问题。由此引出概率的定义。</p> <p>教师引导学生对 4 个随机事件的特征进行探讨和归纳，进行对比</p> <p>(1)(2)(3) 中样本空间可以列出来，(4) 中样本空间列不出，(1)(2)(4) 中事件都是等可能的，而 (3) 中事件发生不是等可能的，总结这些问题的特征，给出古典概型的特征。</p>	<p>以生活中的常见小事为例，让学生直观感觉是否公平，教师提出公平与否实质上是概率大小的问题。由此教师可引出概率的定义。</p> <p>通过让学生观察探究这 4 个随机事件样本空间和概率，巩固学生对概率的理解。并引出古典概型。</p>

教学环节：深入思考，探究新知

教学内容	师生活动	设计点评
------	------	------

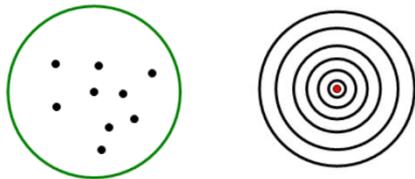
古典概型的定义

- ①有限性：样本空间的样本点只有有限个；
- ②等可能性：每个样本点发生的可能性相等。

我们将具有这两个特征的试验称为古典概型试验，其数学模型称为古典概率模型，简称古典概型。

【问题 3】 以下事件是古典概型吗？

- (1) 一个班级中有 18 名男生和 22 名女生，采用抽签的方式，从中随机选择一名学生；
- (2) 抛掷一枚质地均匀的骰子，观察它落地时朝上的面的点数；
- (3) 向一个圆面内随机地抛掷一个点，如果该点落在圆内任意一点都是等可能的；
- (4) 如图，某同学随机向一靶心进行射击，这一试验结果只有有限个：命中 10 环，命中 9 环，…，命中 5 环和不中环。



教师和学生共同归纳得到古典概型的定义，并由教师介绍古典概型的历史背景，并通过四个实际例子对古典概型的概念进行辨析。

通过四个例子，从古典概型的有限性和等可能性出发辨析概念，加深学生对古典概型定义和性质的理解。

教学环节：联系实际，应用模型

教学内容	师生活动	设计点评
<p>【问题 4】</p> <p>在标准化的考试中有单选题也有多选题，多选题是从 A、B、C、D 四个选项中选择所有正确答案（四个选项中至少有一个选项是正确的）。你认为单选题和多选题哪种更难选对？为什么？</p> <p>反思小结：</p> <ul style="list-style-type: none"> 1.古典概型的计算公式是： 2.解决古典概型问题的一般步骤是： 	<p>教师给课本的例题，让学生运用古典概型定义进行问题解决，并由教师引导学生进行归纳总结，得到古典概型解决问题的一般步骤和计算公式。</p>	<p>学生通过相似问题背景的比较，思考问题。在老师的启发引导下进行公式的推导与归纳，提高学习兴趣。</p>
<p>【例题】</p> <p>例 1.抛掷两枚质地均匀的骰子（标记为 I 号和 II 号），观察两枚骰子分别可能出现的基本结果。</p> <ul style="list-style-type: none"> (1) 写出这个试验的样本空间，并判断这个试验是否为古典概型； (2) 求下列事件的概率： 	<p>教师给出实际问题，引导学生理解题意，求解问题，展示学生解答，对学生易错点进行点评。</p>	<p>这节课是在没有学习排列组合的基础上学习如何求概率，所以在教学中引导学生根据古典概型的特征，用列举</p>

<p>$A =$ “两个点数之和是 5”； $B =$ “两个点数相等” $C =$ “I 号骰子的点数大于 II 号骰子的点数”。</p> <p>思考：如果不给两枚骰子标记号，事件 $A =$ “两个点数之和是 5” 的概率是多少？</p> <p>追问：同一事件的概率，为什么会出现两个不同的结果呢？</p> <p>例 2. 袋子中有 5 个大小质地完全相同的球，其中 2 个红球，3 个黄球，从中不放回地依次随机摸出 2 个球，求下列事件的概率：</p> <p>(1) 写出这个试验的样本空间，并判断这个试验是否为古典概型；</p> <p>(2) 求下列事件的概率： $A =$ “第一次摸到红球”； $B =$ “第二次摸到红球”； $C =$ “两次都摸到红球”。</p> <p>思考： 如果从中有放回地依次随机摸出 2 个球，事件 A, B, C 的概率分别是多少？</p>		<p>法解决概率问题。培养学生运用数形结合的思想，提高发现问题、分析问题、解决问题的能力，形成学习数学知识的积极态度。</p>
---	--	---

教学环节：课堂小结，布置作业

教学内容	师生活动	设计点评
<p>【课堂小结】</p> <p>本节课主要学习了哪些知识与方法？</p> <p>(1) 概率的定义； (2) 古典概型的两个特征； (3) 古典概型的概率计算公式； (4) 求解古典概型问题的一般步骤。</p> <p>【布置作业】</p> <p>课本 P244 第 7, 8, 9 题.</p>	<p>教师带领学生总结今天所学内容，梳理出本节课的学习要点。布置课后作业，巩固学习效果。</p>	<p>通过学生对本节内容的回顾与小结，使知识系统化，培养学生的逻辑思维能力，帮助学生把握学习重点，储存知识，提高学习效率和培养学生的归纳总结能力。</p>

(九) 教学成效与分析

1. 调查过程

调查目的： 了解本节课《古典概型》的教学成效，主要从教学目标的达成情况，学生对知识的掌握情况，教学策略和方法等来测量。

调查方法： 问卷调查法、课堂观察法

调查工具： 《古典概型》教学调查问卷、课堂观察记录表

调查对象： 广州市第十七中学高三 2 班 43 名学生。

工具说明： 课堂观察记录表分为教学目标、教材研究、教学过程和课堂文化四大维度，每一

维度下设置不同观测指标（详见附件二），通过课堂上对教师和学生行为等进行观测，分析教学成效；问卷设计计划分为水平测试题和主观判断题，其中主观判断题分为知识目标、能力目标、素养目标、情感目标和教学策略与方法等五个维度，具体的题目分配和计分方式如下表：

表 1 《古典概型》教学调查问卷细目表

题型	考察维度	题目数量	题目分布	计分方式
水平测试	知识和能力	3 小题	(1) (2) (3)	正确率
主观判断	知识目标	3	第 1-3 题	1-15 题是量表题， 满分均为 5 分，第 16 题是多选题。
	能力目标	4	第 4-7 题	
	素养目标	3	第 8-10 题	
	情感目标	3	第 11-13 题	
	教学策略与方法	3	第 14-16 题	
总计	五个维度	19	/	

2.调查结果与分析

(1) 问卷调查结果

①信效度分析

利用 Alpha 信度分析所得的问卷信度系数值为 0.802，大于 0.7，说明研究数据信度质量良好，可用于进一步分析。针对问卷的效度，利用 KMO 和巴特利特检验得到 KMO 值为 0.813，大于 0.7，说明问卷的结构效度良好。

②描述分析

对问卷各项的平均分进行统计，结果如表 2，可以看出问卷各项平均分较高，学生整体掌握情况较好。

表 2 问卷各项得分情况

维度	题号	题目	平均分
知识目标	1	通过此课堂的学习，我理解概率的概念。	4.953
	2	我能复述古典概型的基本特征。	4.930
	3	我记住了古典概型的概率计算公式。	4.930
能力目标	4	我能判断样本点发生的可能性是不是相等的。	4.744
	5	我能判断样本空间的样本点是不是有限个的。	4.907
	6	我能描述古典概型解题的一般思路。	4.791
	7	我能解决古典概型相关概率问题。	4.767
素养目标	8	我发现概率问题经常需要分类讨论。	4.628
	9	我喜欢用列表法或树状图来寻找样本空间。	4.860
	10	我经常读不懂概率题。	2.628

情感目标	11	通过这节课学习,我觉得古代的数学文化很有趣.	4.674
	12	我发现古典概型在概率问题中用处很大.	4.674
	13	掌握计算事件概率的方法后,我能更好做出选择.	4.767
教学策略与方法	14	课后,我能很快梳理出本节课的知识脉络	4.721
	15	我觉得这节课有很多次自己动手实践的机会	4.721

③频次分析

采用多重频次分析,对16题“你喜欢老师运用何种教学方式”答题情况进行统计.在所列举的教学方式中,“讲授教学”得到了学生较高的评价,达到了62.79%,紧随其后的是“讨论教学”、“教师演示实验”和“动画教学”,都达到了55.81%,再一次体现了概率课既需要生动有趣授课模式,也需要教师通过演示、播放动画等形式让学生感受概率事件.此外,“练习教学”、“学生实验探究教学”和“实物模型教学”也受到部分学生的欢迎,说明概率相关课程也要注重概率活动的演示和学生动手能力的培养.“参观学习”“读书指导”等教学方式比例较低,说明这两种教学方式对于数学课堂来说还是比较陌生的.

表3 学生喜爱的教学方式占比分析

教学方式	比例	教学方式	比例
讲授教学	62.79%	动画教学	55.81%
讨论教学	55.81%	录像教学	30.23%
练习教学	53.49%	实物模型教学	44.19%
读书指导	20.93%	学生实验探究	46.51%
参观学习	23.26%	教师演示实验	55.81%

④调查结果

从调查问卷的统计分析,学生对本次教学的评价较高.知识目标维度中大部分题目的平均分在4.9以上,说明学生对本节课知识的掌握良好,对概率的概念和古典概型的性质有清晰的了解,记住了古典概型的概率计算公式.能力目标维度的平均分均在4.7以上,说明通过本堂课的教学,大部分学生都掌握运用古典概型的两个特征判断是否为古典概型的方法,能够运用古典概型解决实际问题.通过水平测试卷的结果分析可得,绝大部分学生已经能够判断是否为古典概型,但是仍旧有少部分同学在判断和计算概率的过程中出现问题,教师应该对学生的错因进行进一步的追踪,帮助学生更好的把握本节课的内容.素养目标维度的平均分在4左右浮动,说明教师在本堂课的教学中渗透了分类讨论思想和数形结合的思想,其中,“我经常读不懂概率题”的得分是2.628,可以看出学生在概率题的理解上还是有一定的进步,但是也有部分同学对概率题的题意分析还存在一定的障碍,教师在教学过程中可以注意学生审题能力的培养.情感目标维度中大部分题目的平均分在4以上,说明教师注重概率题与生活的联系,强化了数学的实用性.

(2) 课堂观察记录分析

对课堂观察记录的文本进行分析,得出以下结论:

本节课在教材基础上进行适当的改编，结合学生的生活实例引入课题，判别古典概型的例子也做了适当的调换，使得内容更加全面；从试验频率估计事件概率过渡到建立古典概率模型，重难点突出。在教学目标上，本节课教学目标的预设和达成情况较好，符合学生认知水平，注重学生思维的训练，符合学生认知规律；学生能够很好的理解古典概型的两个特征，会应用古典概型的概率计算公式解决实际问题，注重培养学生的分类讨论和数形结合等数学思想方法。

教学过程环节设计安排合理、意图清晰，时间分配恰到好处，能够服务于教学目标的达成；对于学习任务的提出和教学内容的呈现，教师以学生熟悉的“红包”以及“校园足球赛”的情境引入，有效激发了学生的学习兴趣，有效提高学生学习的积极性和课堂参与度；在习题设计方面，教师由浅入深，例题及追问能围绕古典概型的特征识别与模型应用这两个重难点展开，难度合理，举例恰当。

从整个课堂文化来看，教师语言精练有趣，师生互动合理有效；能结合学校足球赛渗透校园文化，能结合数学新题型渗透数学多选题的概率分析，渗透了随机思想，培养了数学抽象与数学建模素养，发展了应用意识，效果良好。

3. 结论

总的来说，本节课的教学受到学生与听课教师的肯定，学生对知识的掌握情况良好，同时教师注重对学生能力和素养等方面的培养，可见教学成效良好，对后续的教学具备较大的借鉴意义。

（十）教学反思

这节课是对新教材的初次尝试，内容是2019年人教A版新教材《普通高中教科书》数学必修第二册第十章随机事件与概率10.1.3古典概型。本节课开展顺利，从一开始概率的基本定义的引入，到古典概型的特征学习，再到古典概型的计算，一步步引导学生掌握古典概型的相关内容，激发学生的学习兴趣，提高数学抽象、数学运算、数学建模的核心素养，培养学生勇于探索，善于发现的创新精神。现对这节课做如下反思：

- 1.这节课充分利用了生活中的实际例子，贴近学生的生活，让学生学习有用的数学。“红包”以及“校园足球赛”的情境引入，充分调动了学生学习的积极性。通过前面的引入以及后续的解决，让学生了解随机现象与概率的意义，加强与实际生活的联系，以科学的态度看待身边的一些随机现象。
- 2.关注学生的新知生成过程，每一个问题的设置都留给学生充分的思考空间，让学生在观察中探索新知，从而得出古典概型的特征以及古典概型的计算公式，让学生了解和掌握建模的方法与过程，培养学生分析问题和解决问题的能力。
- 3.通过改变问题的条件，给学生制造“冲突”，暴露学生易错点，从而加深学生对古典概型特征的认识，比如投掷骰子分标记两个骰子的编号与不标记骰子编号两种情况，引导学生在矛盾中完善思维过程，培养学生自我检查自我修正的习惯以及严谨的学习态度。
- 4.这节课使用思维导图流程图，利用其形象直观的可视性，帮助学生建立知识系统以及解题

程序，比起纯文字的叙述，更有利于学生对新知的掌握与记忆，也利于学生迅速建立新的知识分支。

由于本人对于新教材的研究还处于起步阶段，对新教材还需要更加深入的学习，希望通过之后的不断学习及与其他老师的讨论交流能够更好地把握新教材的理念，上出更精彩的课。

八、参考文献

- [1]袁晨均.高中数学中统计与概率内容设计的构想[J].试题与研究,2020(24):171.
- [2]孙定国.高中数学发展学生核心素养的策略分析——以“古典概型”教学为例[J].试题与研究,2020(25):84-85.
- [3]薛兆坤.高中数学“生活中的概率”教学中渗透核心素养[J].数学学习与研究,2020(11):65-66.
- [4]张芳珍.新课标背景下的高中数学概率统计教学方法探讨[J].高考,2020(19):32.
- [5]蒙绍真.高中生数学建模核心素养培养途径[J].数学大世界(中旬),2020(04):21+14.
- [6]王连国.高中生概率学习认知障碍分析及对策研究[D].山东师范大学,2011.
- [7]陈文琪.基于2017版课标下人教A版新旧教材的对比研究[D].中央民族大学,2020.
- [8]周根旺,王娇.谈高中数学概率统计概念教学的策略[J].中学教学参考,2020(20):17-18.
- [9]卞扣成.数学思想方法在解概率题中的应用[J].语数外学习(高中版下旬),2020(06):37.
- [10]蔡晓茹.基于数据分析能力培养的高中数学教学策略探讨——以“概率与统计”教学为例[J].数学教学通讯,2020(21):53-54.