

一个数学家在数学教育界的经验

伍鸿熙*

(美国加州大学伯克利分校)

我在1992年开始留意美国的中小学教育改革,在1998~2005年,积极参加加州的教育行政,也写了一些文章;同时在全美国的教育界也做了一点事。

以下是我在美国数学教育工作的一点心得。我对中国教育改革的具体情况不熟,不敢说我的浅见是否能在中国起作用。

个人观察有三点:其一,数学教育是“数学工程”,与“数学”有异;其二,数学家如要改善数学教育,需要作建设性的批评;第三,数学家应该致力于师资培训。但如要有收获,得需要对中小学数学有深切的认识;

1. 数学工程

数学教育的目的是将严格的和抽象的转变成中小学合用的数学。电机工程的目的是将抽象的电磁学理论变成老百姓合用的产品。化学工程的目的是将抽象的化学原理变成老百姓合用的产品。电机工程不是物理学,但与物理学有密切的关系。化学工程不是化学,但与化学有密切的关系。数学教育不是数学,但与数学有密切的关系。是以,数学教育是“数学工程”

1960年代的“新数学”,将数学教育误认为数学的一部分,结果遗祸无穷。数学家如要参加数学教育的工作,“新数学”是前车之鉴,不可忽视。

2. 建设性的批评

在美国,数学家对中小学教育的批评,一般是关于数学上的错误。但是光是指出错误,于事无补。需要进一步说明如何改善,如不能提出妥善的建议,则错误不会被改正。

要提出妥善的建议就先要了解中小学数学。

例1 分数是小学数学的一个大难题。主因

之一是因为分数这个概念没有定义。

数学上处理这问题的办法很简单,一个分数是一个整数有序偶的等价类。这是正确的数学,但不是正确的“数学工程”的数学,这是没有经过“工程”过程的数学。

例2 一般中学平面几何的公理系统有很多漏洞。

从数学的眼光来看,改善的办法是改用希尔伯特的公理系统。这是矫枉过正,行不通的。数学 \neq 数学工程,要做好的数学教育,得要兼顾中学生的需要。

3. 师资培训

这是数学家在数学教育上最适宜的工作,也是数学家在数学教育上最重要的任务。

如果美国的中小学老师有充分的数学水平,过去十五年来的“数学战争”很可能不会发生。一般数学家作师资培训只教数学,而一般教育家作师资培训,则只教教学方法。“过犹不及”两者都不对。

例3 如何教中学老师们面积的概念?

是黎曼积分?是勒贝格侧度?是“长乘宽”?

例4 在分析课程中,何者对中学老师更重要?

(a) 为什么用长除法可以将一个分数化成小数? $(4/3=1.3333\dots)$

(b) 如何证明海涅博雷尔定理?

当然前者对中学老师更重要,但一般的分析书籍少有讨论前者。

数学家如要改善数学教育,第一任务是要了解数学工程,师资培训,应从数学工程出发点。

* 伍鸿熙,美国加州大学伯克利分校数学系教授,1992年起投身数学教育,1997~2005年间,与加州政府合作,为中小学数学教师发展课程,改善中小学教师的评估和专业培训计划。现为加州伯克利 California-teach 的联系顾问,目的是增加加州大学所培训的数学和理科教师人数。伍鸿熙教授是国家数学顾问小组成员,该小组就如何最有效借助科学研究推动数学教学向总统和教育部长提供建议。