案例 6--函数的应用（二）单元教学设计

刘俊豪 2020 级研究生第三小组刘淑敏等同学 谢榕平 赵萍

一、文献综述

（一）研究现状

关于本单元内容的教学设计研究成果很多. 有关教学设计基本围绕教材分析、教学目标分析、学情分析、教学重难点、教学流程等展开研究. 在教材分析环节，研究者强调本单元知识在整个函数主线内容中的重要地位与作用.

本单元内容是函数基本性质的延伸，突出函数性质在解决实际问题中的应用，有利于培养学生的数学应用与创新意识. 从学科思想方法上来讲，本部分内容体现了“数形结合”“函数与方程”“化归与转化”的数学思想方法，是发展学生数学活动经验和数学思想方法的重要载体. 在教学目标分析环节，研究者主要从知识与技能、过程与方法、情感态度和价值观“三维”目标分析，关注学生对于函数零点、方程的根以及它们之间的联系的理解，理解二分法的原理，熟悉二分法的操作过程，熟悉基本函数模型的增长规律等. 要求学生在学习过程中领悟具体到抽象的研究方法，体会数形结合等重要的数学思想方法，培养学生联系的意识和应用意识. 在学情分析环节，研究者认为要注意知识的前后联系，初中的一元二次方程和一元二次函数的知识是本单元学习的重要基础. 高中前面学习函数基本性质的过程中，学生也积累了研究函数的基本活动经验，特别是对于“数”与“形”结合的研究方法有一定体会. 因此，从方程根的角度理解函数的零点，学生并不会觉得困难，但用函数来确定方程根的个数和大致范围，并设计程序性的算法（二分法）来求方程的近似解，这对学生来说具有一定的困难，教师在教学活动设计中需要特别关注. 对于函数模型的学习，需要把数学知识和社会生产实际联系起来，强化学生的应用意识. 同时，要注意信息技术与数学课程的融合，提高课堂效益. 研究者普遍认为，方程的根与函数的零点之间的关系，函数零点存在性定理及二分法的原理，基本函数模型的增长规律等是本单元的教学重难点. 在教学流程方面，普遍的设计是采用引入问题、创设情境、探究新知、知识深化、练习巩固、小结等环节，各环节之间通过问题串联起来.

总之，关于本单元内容的教学设计研究，众多中学数学教育工作者做了大量的工作. 这些工作对于丰富教师的教学理论，指导教师的教学行为具有重要意义.

（二）研究方法

现相关研究中，常用的研究方法如下：

1. 文献分析法：以 4.5《函数的应用（二）》某一课时的教学研究为课题，通过大量查阅中国知网数据库的相关期刊文献、硕博论文，结合自身实践与思考，得到相关成果；

2. 访谈法：通过访谈专家学者、中学数学一线教师、中心教研工作者，获得关于本单元教学设计中的突出问题和解决策略.

（三）结论

教学过程是师生围绕教学内容积极有效的动态生成的过程，其以“学生的发展为本、提升学生的核心素养”为教学理念，通过预设教学情境、小组合作探究、师生互动总结等方式，逐步完成教学目标，使学生在目标完成的过程中形成对知识点的准确把握，利用符合学生认知水平的问题串，激发学生的学习热情，让学生在思考中逐步提高自主学习的能力，提升学科核心素养，更重要的是使学生树立学习的信心，产生学习的动力.

具体来说，函数的应用（二）单元不仅体现在用函数解决数学问题，更突出用函数解决实际问题. 在教学中需关注学生：①掌握运用函数性质求方程近似解的基本方法（二分法）；②掌握用函数构建数学模型的基本过程；③选择合适的函数类型构建数学模型并运用模型思想发现和提出问题、分析和解决问题. 在整个单元的学习过程中帮助学生体会并建立数学抽象、数学建模等素养，注重函数在实际生活中的应用，学会运用数学建模解决实际问题.

二、教材对比分析

（一）人教 A 版新旧教材之章节对比

<table>
<tr><th></th><th>2004 人教 A 版教材</th><th>2019 人教 A 版教材</th></tr>
<tr><td rowspan="6">章节编排</td><td>3.1 函数与方程</td><td>4.5 函数的应用（二）</td></tr>
<tr><td>3.1.1 方程的根与函数的零点</td><td>4.5.1 函数的零点与方程的解</td></tr>
<tr><td>3.1.2 用二分法求方程的近似解</td><td rowspan="2">4.5.2 用二分法求方程的近似解</td></tr>
<tr><td>3.2 函数模型及其应用</td></tr>
<tr><td>3.2.1 几类不同增长的函数模型</td><td rowspan="2">4.5.3 函数模型的应用</td></tr>
<tr><td>3.2.2 函数模型的应用实例</td></tr>
<tr><td rowspan="6">内容编排</td><td colspan="2">函数的零点与方程的解</td></tr>
<tr><td>通过观察三个二次函数的图象得到二次函数图象与 x 轴交点和相应的一元二次方程根的关系并推广到一般情形，得到函数零点的概念以及函数零点与方程的解、函数图象与 x 轴交点横坐标之间的关系；通过探究二次函数零点所在区间的函数取值规律，由特殊到一般引入函数零点存在定理.</td><td>类比二次函数的零点引入一般函数零点的概念以及函数零点与方程的解、函数图象与 x 轴交点横坐标之间的关系；通过探究二次函数零点所在区间的函数取值规律由特殊到一般，引入函数零点存在定理.</td></tr>
<tr><td colspan="2">用二分法求方程的近似解</td></tr>
<tr><td>以函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 的零点所在范围为例引入二分法.</td><td>以函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 的零点所在范围为例引入二分法.</td></tr>
<tr><td colspan="2">函数模型的应用</td></tr>
<tr><td>以 “投资方案”和“奖励模型”这两个具体问题体会不同函数增长模型的差异；通过具体实例感受几类函数模型的广泛应用.</td><td>通过“人口增长模型”、“碳 14 衰减”、“投资方案”和“奖励模型”4 个例题说明幂函数、指数型函数、对数型函数在实际问题中的应用.</td></tr>
</table>

（二）2019 年北师大版与 2019 年人教 A 版教材对比

<table>
<tr><th></th><th>2019 北师大版教材</th><th>2019 人教 A 版教材</th></tr>
<tr><td rowspan="6">章节编排</td><td>5.1 方程解的存在性及方程的近似解</td><td>4.5 函数的应用（二）</td></tr>
<tr><td>5.1.1 利用函数性质判定方程解的存在性</td><td>4.5.1 函数的零点与方程的解</td></tr>
<tr><td>5.1.2 利用二分法求方程的近似解</td><td rowspan="2">4.5.2 用二分法求方程的近似解</td></tr>
<tr><td>5.2 实际问题中的函数模型</td></tr>
<tr><td>5.2.1 实际问题的函数刻画</td><td rowspan="2">4.5.3 函数模型的应用</td></tr>
<tr><td>5.2.2 用函数模型解决实际问题</td></tr>
<tr><td rowspan="6">内容编排</td><td colspan="2">函数的零点与方程的解</td></tr>
<tr><td>以从函数角度判断 $x^2-x-6=0$ 实数根的存在性问题，抽象概括出零点的概念以及零点存在定理.</td><td>类比二次函数的零点引入一般函数零点的概念以及函数零点与方程的解、函数图象与 x 轴交点横坐标之间的关系；通过探究二次函数零点所在区间的函数取值规律由特殊到一般引入函数零点存在定理.</td></tr>
<tr><td colspan="2">用二分法求方程的近似解</td></tr>
<tr><td>通过讨论方程 $f(x)=0$ 近似解的问题直接引入二分法.</td><td>以函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 的零点所在范围为例引入二分法.</td></tr>
<tr><td colspan="2">函数模型的应用</td></tr>
<tr><td>通过 “产品收益”、“脚长——鞋码模型”、“四脚椅放稳问题”、“加油站油料量”4 个例题说明实际问题的函数刻画；又以“筑路工期”、“存贮模型”说明函数模型在解决实际问题中的应用.</td><td>通过 “人口增长模型”、“碳 14 衰减”、“投资方案”和“奖励模型”4 个例题说明幂函数、指数型函数、对数型函数在解决实际问题中的应用.</td></tr>
</table>

三、内容和内容解析

（一）内容

本单元的内容包括函数零点与方程的解、用二分法求方程近似解以及函数模型的应用.

本单元的教学共需 4 课时，第 1 课时的主要内容是 4.5.1 函数的零点与方程的解，第 2 课时的主要内容是4.5.2用二分法求方程的近似解，第3课时和第4课时的主要内容是4.5.3函数模型的应用.

（二）内容解析

本单元是在函数应用（一）聚焦于一次函数、二次函数、幂函数等函数图象与性质的实际应用的基础上，从以下两方面进一步展开介绍函数的应用：①在数学学科内部的应用上，利用所学过的函数研究一般方程的解；②在实际应用上，建立实际问题的函数模型，并通过函数模型反映实际问题的变化规律，从而分析和解决实际问题.

本单元的学习，既是前面学习过的函数有关知识的综合应用，又可以让学生体会建立数学模型解决实际问题的一般过程，使学生进一步理解指数函数和对数函数，学会选择合适的函数类型刻画现实问题的变化规律. 在学习过程中，培养学生数学抽象、直观想象、数学运算和数学建模等核心素养.

四、目标和目标解析

（一）目标

本单元的教学目标如下：

1.二分法与求方程的近似解

①结合学过的函数图象，了解函数零点与方程解的关系；

②结合具体连续函数及其图象的特点，了解函数零点存在定理，探索用二分法求方程近似解的思路并会画程序框图，能借助计算工具用二分法求方程近似解，了解用二分法求方程近似解具有一般性.

2.函数与数学模型

①理解函数模型是描述客观世界中变量关系和规律的重要的数学语言和工具. 在实际情境中，会选择合适的函数类型刻画现实问题的变化规律；

②结合现实情境中的具体问题，理解“对数增长”“直线上升”“指数爆炸”等的现实含义；

③收集、阅读一些现实生活、生产实际或者经济领域中的数学模型，体会人们是如何借助函数刻画实际问题的，感悟数学模型中参数的现实意义.

（二）目标解析

达成上述目标的表现是：

第一，了解函数的零点与方程解的关系：能结合函数图象，初步认识方程的解、函数的零点、函数的图象与 x 轴的公共点之间的相互关系；

第二，了解函数零点存在定理：会结合具体的连续函数及其图象解释函数零点存在定理，并会利用定理识别函数在某个区间内是否存在零点，以及利用函数图象与性质判断函数零点的个数；

第三，了解用二分法求方程的近似解：知道用二分法求方程近似解的原理和步骤，并能借助信息技术用二分法求方程的近似解；

第四，理解函数模型的应用：能结合已知数据的特征，根据不同函数增长的差异，合理选择函数模型，并利用所建立的函数模型解决有关实际问题.

五、教学问题诊断分析

学生在认识一元二次函数的零点的过程中，已经初步理解了一元二次函数的图象与一元二次方程的根之间的关系，具备一定的用数形结合思想解决问题的能力，这为理解一般函数的零点与方程的根的关系提供了能力准备.

但对于一般函数来说，如何从图象直观导出零点存在定理，并用程序式算法（二分法）求根的近似值，这对学生来说比较困难，需要教师借助信息技术帮助学生理解.

数学建模是高中数学的难点内容. 数学建模的一般过程主要包括：发现问题、提出问题、分析问题、建立模型、确定参数、计算求解、检验结果、改进模型、解决问题等. 但本单元的学习并没有要求理解数学建模的全过程，而主要放在对几种熟悉的函数模型的求解和结果的检验上，目的是让学生体会不同函数模型的变化趋势的差别. 这同样需要借助信息技术来帮助学生学习.

六、教学条件支持分析

在本单元的教学中，可以利用 TI 图形计算器、几何画板、Geogebra 动态数学软件等数学工具作图、进行运算.

七、《函数的零点与方程的解》教学设计

（一）教学内容

函数零点的概念；函数零点、方程的根、函数图象与x轴交点的横坐标三者的等价关系；函数零点存在性定理.

（二）教学目标

知识目标：类比二次函数零点的概念，得出一般函数零点的概念；能通过研究具体函数图象及函数值规律，探究出函数零点存在定理及其推论，辨析其条件.

能力目标：能通过研究具体函数图象及函数值规律，探究出函数零点存在定理及其推论，辨析其条件；能利用函数零点存在定理解决实际函数零点问题.

素养目标：在研究具体函数图象及函数值规律，探究出函数零点存在定理的过程中，感受数形结合思想，培养直观想象和逻辑推理素养. 在利用函数零点存在定理解决函数零点问题的过程中，突出数学运算素养.

情感目标：类比二次函数零点与方程的根的关系，得出一般函数零点与方程的解的关系，感受转化与化归、函数与方程思想；感受数学知识之间的联系，增强学习数学的兴趣.

（三）教材分析

1.教材来源

2019 年人教 A 版新教材《普通高中教科书》数学必修第一册第四章第五节函数的应用（二）第一小节.

2.地位与作用

函数零点存在定理提供了判断方程是否存在实数解的一个新工具，为下一小节建立求方程的近似解提供理论依据；同时教材编排上进一步采用从特殊到一般的方式，帮助学生从函数的观点认识方程，提升数学运算素养.

（四）学情分析

学生在认识一元二次函数的零点的过程中，已经初步理解了一元二次函数的图象与一元二次方程的根之间的关系，具备一定的用数形结合思想解决问题的能力，这为理解函数零点附近的函数值符号提供了知识准备.

但对于高次方程、超越方程与对应函数零点之间的关系的认识比较模糊，且在函数零点存在定理的导出过程中，涉及到将形转化为数、从几何直观到代数表达的过程，这是学生学习的一个难点. 同时，如何在初学函数零点存在定理后对其加以正确应用也具备一定难度.

（五）教学重难点分析

教学重点：函数零点与方程的解的关系，函数零点存在定理的应用.

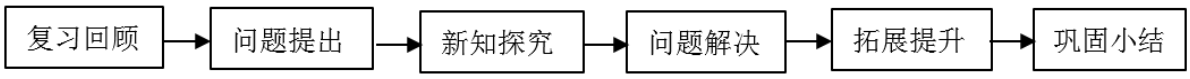
教学难点：函数零点存在定理的导出.

（六）教学思路与方法

教法上，主要采用引导式发现法、讲授法、直观演示法等. 在学生掌握了二次函数零点的基础上，类比推导一般函数的零点概念及函数零点与方程的根之间的关系. 教师通过展示函数图象穿过x轴的动态图画引导学生找出函数在区间内存在零点的条件，并通过此后的问题探究加深学生对零点存在定理的理解.

学法上，主要采用讨论法、探究法、练习法以及自主学习法等. 通过类比，引导学生得出函数零点的概念及函数零点与方程的解之间的关系；通过观察动态图象，引导学生得出函数在区间内存在零点的条件，加深学生对零点存在定理中充分条件的理解；通过练习，使学习熟悉零点存在定理的应用. 作为对函数零点存在定理的一种补充，可让有兴趣的学生适当了解该定理的数学史背景，如：函数零点存在定理在数学分析上是“闭区间上连续函数的介值定理”的特例，由波尔察诺在 1817 年首先证明，但由于当时缺乏实数理论使其证明不严格，后由德国数学家魏尔斯特拉斯将这个证明严密化.

（七）教学流程



（八）教学过程设计

教学环节：复习回顾（1min）

教学内容	师生活动	设计点评
【引导语】 我们已经学习了用二次函数的观点去认识一元二次方程，你能说说一元二次	教师引导学生回顾一元二次方程的实数根与相	复习二次函数的零点与对应一元二次方程

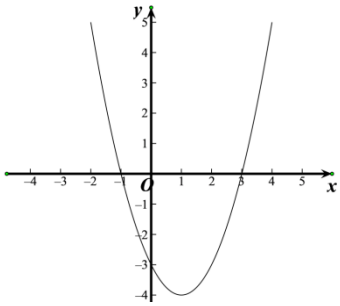
方程的实数根与相应二次函数之间的关系吗？	应二次函数之间的关系.	的根之间的关系，为推广到更一般的函数零点与方程的解的关系做好铺垫.

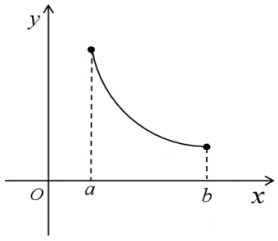
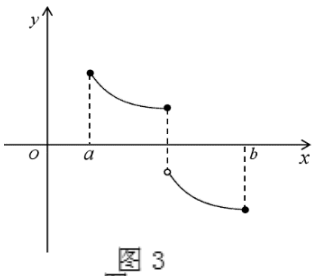
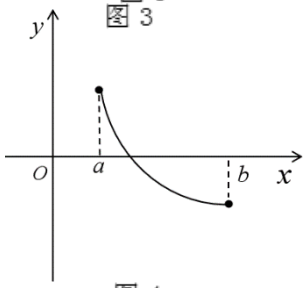
教学环节：问题提出（1min）

教学内容	师生活动	设计点评
【问题 1】 求方程 $\ln x+2x-6=0$ 的实数根的个数？	教师提出问题 1，学生思考如何解决.	利用问题 1 引发学生的好奇心和求知欲.

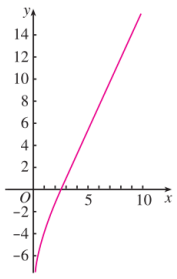
教学环节：新知探究（20min）

教学内容	师生活动	设计点评
【问题 2】 像 $\ln x+2x-6=0$ 这样不能直接用公式求解的方程，我们是能否仿照前面我们学习的“用函数的观点认识方程”的思想方法，将求方程的根的问题转化成求相应函数的零点问题？ **【追问】** 你能类比二次函数的零点概念、二次函数的零点与对应一元二次方程的根、二次函数的图象与 x 轴的交点之间的关系，给出一般函数的零点概念、函数零点与对应方程的解、函数图象与 x 轴的交点之间的关系吗？	**【师生活动 1】** 通过类比二次函数零点概念给出一般函数零点概念. **【师生活动 2】** 教师引导学生通过类比写出一般函数的零点概念，函数零点与对应方程的根以及二次函数的图象与 x 轴的交点之间的关系： 方程 $f(x)=0$ 有实数解 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 有零点 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴有公共点.	问题 2 及其追问推动对本节问题的进一步探究，同时点明本节课的学习目标. 由于学生对二次函数的零点，对应方程的根，二次函数的图象与 x 轴的交点之间的关系已经掌握得比较清楚，因此可以引导学生利用类比推理得到一般的关系，发展学生的逻辑推理能力. 类比直接给出函数零点的概念和函数的零点与方程的解的关系，既符合《课标（2017 年版）》的意图，又遵循学生的认知规律，由具体到抽象，利于学生把握概念的本质，引导学生形成先将方程的问题转化成函数的问题、再利用函数的性质解决问题的习惯.

【问题 3】 对于二次函数 $f(x)=x^2-2x-3$，观察它的图象（图 1）所示，发现它在区间 $[2,4]$ 上有零点. 这时，函数图象与 x 轴有什么关系？在区间 $[-2,0]$ 上是否也有这种关系？  图 1 **【追问】** 图象穿过 x 轴是一种几何现象，如何把这种现象用代数语言表述？能否用函数 $f(x)$ 的取值规律来刻画这种关系？请同学们仔细观察二次函数 $f(x)=x^2-2x-3$ 的 x、$f(x)$ 的对应值表，你认为该如何利用函数 $f(x)$ 的取值来刻画以上这种关系？ x … −3 −2 −1 0 1 2 3 … $f(x)$ … 12 5 0 −3 −4 −3 0 …	教师利用信息技术，任意画几个函数的图象，让学生观察函数零点所在区间，以及这一区间内函数图象与 x 轴的关系；利用信息技术写出 x、$f(x)$ 的对应值表，尝试用 $f(x)$ 的取值刻画这种关系.	零点存在性定理的探究是本节课的一个难点. 学生在经过一定时间的思考、探究之后，教师要引导学生自己得出函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 内存在零点的条件，让学生体验从几何直观到代数表达的抽象过程. 这是一个数形结合、将形转化为数的过程，在“图象连续不断”的条件下，把“图象穿过 x 轴”（形）用“函数的取值规律”（数）来表达，就是两侧端点的函数值异号，即 $f(x_1)f(x_2)<0$. 在以往的学习中，学生很少接触这样的刻画方法，对学生而言有难度，需要教师慢慢引导. 借助信息的作图和计算功能，让学生在“形”和“数”两个角度充分感受零点存在的规律，发展学生直观想象和数学抽象素养.
【问题 4】 观察图 2-4，思考若函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上单调，那么满足什么条件能够说明函数 $y=f(x)$ 在区间（a,b）内有零点？	通过上面的问题探究，师生总结这节课要学习的重要定理——函数零点存在定理： 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图象是一条连续不断的曲线，且有	引导学生得到函数零点存在定理，并使学生明确函数零点存在定理中的两个条件“在给定区间上连续”和“$f(x_1)f(x_2)<0$”二者

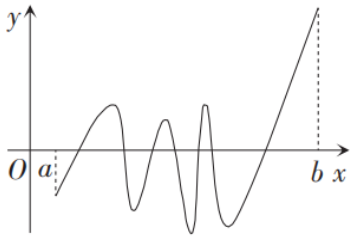
 图 2  图 3 图 3  图 4	$f(a)f(b)<0$，那么函数 $y=f(x)$ 在区间(a,b)内至少有一个零点，即存在 $c\in(a,b)$，使 $f(c)=0$，这个 c 也就是方程 $f(x)=0$ 的解.	缺一不可. 通过举例说明对于给定闭区间上的函数，“连续不异号”“异号不连续”“不连续不异号”等都不能断定该函数是否存在零点，不能错把充分条件当成必要条件去研究.

教学环节：问题解决（7min）

教学内容	师生活动	设计点评
【例 1】 求方程 $\ln x+2x-6=0$ 的实数解的个数. 方法 1：借助信息技术画出函数 $y=\ln x+2x-6$ 的图象观察求解.  图 5 方法 2：借助计算工具列出函数 $y=\ln x+2x-6$ 的 x,y 的对应值表判断	教师带领学生共同解决问题 1，提出问题 5 引发学生思考.	这是本节课的重难点——应用定理环节，解决了上课时提出的问题，同时达到了首尾呼应和应用新知解决问题的目的. 探究解法的多样性，除了利用图象解决问题，还可以尝试函数的取值寻找零点所在区间，有助于提高学生的估算意识，养成近似计算的习惯，提升数学运算素养. 问题 5 为下一节二分

零点区间. 【问题 5】 在方法 2 里，借助计算工具，你能进一步缩小函数零点所在范围吗？		法的学习埋下伏笔.

教学环节：拓展提升（7min）

教学内容	师生活动	设计点评
【问题 6】 为什么由图 5 和 $f(2)f(3)<0$ 还不能说明函数 $f(x)$ 只有一个零点？ 【问题 7】 观察下列函数图象，判断是否满足函数零点存在定理的两个条件？你能得出什么结论呢？ 【追问】 结合上面函数图象，思考函数满足什么条件时，函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有且仅有一个零点？  图 6 【问题 8】 拓展例 1 求解思路：你能利用推论确定例 1 的零点个数吗？	师生一起探究，得出推论： 如果 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上是单调函数，其图象是一条连续不断的曲线，且有 $f(a)f(b)<0$，则函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有且仅有一个零点，即存在唯一的 $c\in(a,b)$ 使 $f(c)=0$. 对于函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 单调性的研究，可以引导学生将其转化为两个基本函数 $g(x)=\ln x$ 与 $h(x)=2x-6$，由于它们在 $(0,+\infty)$ 内都是单调递增，从而推断 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内都是单调递增.	通过举例进一步强化学生对函数零点存在定理的认识：其中的两个条件只是充分条件，而不是必要条件，而且即使满足这两个条件，也不能断定零点的个数. 引导学生研究函数在某个区间上存在零点时，应借助函数的单调性来判断是否只有一个零点. 再进一步得到函数零点存在定理的推论. 这个推论在后续的学习中经常用到，其探究过程有助于提升学生的数学抽象素养.

教学环节：巩固小结（3min）

教学内容	师生活动	设计点评
【课堂小结】 1. 函数零点的概念 2. 函数零点与方程的解的关系 3. 函数两点存在定理及其推论	教师引导学生回顾本节课的学习内容，梳理出本节课的学习要点. 布置课	体会本节课的主要内容、研究思路、思想方法. 巩固本节课所学知

4.研究思路：概念—定理—应用 **【目标检测设计】** 1.教科书144页练习1、2； 2.查阅和了解函数存在定理的数学史背景及该定理的证明思路； 3.查阅“中外历史上的方程求解”相关文献和资料.	后作业，巩固学习效果.	识，通过了解相关数学史的知识，感受数学文化的熏陶，提高学习积极性，也给学有余力的学生提供更多的拓展提升机会.

（九）教学成效分析

1.调查过程

调查目的：了解本节课《函数的零点与方程的解》的教学成效，主要从教学目标的达成情况，学生对知识的掌握情况，教学策略和方法来测量.

调查方法：问卷调查法、课堂观察法.

调查工具：《函数的零点与方程的解》教学调查问卷、课堂观察记录表.

调查对象：中山市杨仙逸中学高一（12）班50名学生.

工具说明：课堂观察记录表分为教学目标、教材研究、教学过程和课堂文化四大维度，每一维度下设置不同观测指标（详见附件二），通过课堂上对教师和学生行为等进行观测，分析教学成效；问卷设计划分为知识目标、能力目标、素养目标、情感目标和教学策略与方法等五个维度，具体的题目分配和计分方式如下表：

表1 《函数的零点与方程的解》教学调查问卷细目表

考察维度	题目数量	题目分布	计分方式
知识目标	4	第1-4题	13题不计分，其他题满分均为5分
能力目标	3	第5-7题	
素养目标	3	第8-10题	
情感目标	2	第10、12题	
教学策略与方法	1	第13题	
总计	13	/	

2.调查结果与分析

（1）问卷调查结果

①信效度分析

利用Cronbach信度分析所得的问卷信度系数值为0.827，大于0.7，说明研究数据信度质量良好，可用于进一步分析. 针对问卷的效度，利用KMO和巴特利特检验得到KMO值为0.835，大于0.7，说明问卷的结构效度良好.

②描述分析

对问卷各项的平均分进行统计，结果如表 2，可以看出问卷各项平均分均在 3.8 以上，整体得分较高，可见学生整体掌握情况较好.

表 2 问卷各项得分情况

维度	题号	题目	平均分
知识目标	1	我能归纳求函数零点的两种基本方法.	4.28
	2	我理解函数零点、方程的根、函数图象与 x 轴交点的横坐标三者的等价关系.	4.08
	3	我能结合具体的连续函数及其图象解释函数零点存在定理.	4.48
	4	我理解函数零点存在定理中的两个充分条件.	3.82
能力目标	5	我能根据函数与方程的内在关系进行函数与方程的相互转化.	3.94
	6	我能利用零点存在定理识别函数 $y=\ln x+x-3$ 在区间 $(1,3)$ 内是否存在零点.	4.46
	7	我能利用函数图象与性质判断函数零点的个数.	4.1
素养目标	8	我能类比二次函数的零点概念写出一般函数的零点概念.	4.08
	9	在具体情境中，我能通过图象特征和函数性质等将陌生问题转化为熟悉的问题加以解决.	3.86
	10	通过此堂课的学习，我体会到如何用代数语言来刻画几何现象.	4.24
情感目标	11	我发现将求方程的根的问题转化成求相应函数的零点的问题非常好用.	4.44
	12	通过用代数语言刻画几何直观，我体会到数学符号的简洁美.	4.44

③频次分析

采用多重频次分析，对 13 题多选题“你喜欢老师运用何种教学方式”答题情况进行统计. 在所列举的教学方式中，“动画教学”得到了学生较高的评价，占比达到了 74%. 紧随其后的是“讲授教学”、“讨论教学”和“练习教学”，分别占全班总人数的 60%、50%和 40%，在一定程度上体现了学生的主动学习需求以及讲练结合教学模式深受中学生群体喜爱. 此外，“读书指导”也受到小部分学生的欢迎. “录像教学” “参观学习”“学生实验探究教学”“教师演示实验教学”等教学方式均为 0%，说明这些教学方式对于数学课堂来说，是学生比较陌生的.

表 3 学生喜爱的教学方式占比分析

教学方式	比例	教学方式	比例
讲授教学	60%	动画教学	74%
讨论教学	50%	录像教学	0%
练习教学	40%	实物模型教学	0%
读书指导	10%	学生实验探究	0%

参观学习	0%	教师演示实验	0%

④调查结果

从调查问卷的统计结果分析，学生整体对本次教学的评价较高. 知识目标维度前 3 题的平均分均在 4 左右，说明学生对本堂课知识的掌握程度较好，能够理解函数的零点与方程的解、图象与 x 轴交点的横坐标三者之间的关系，对于定理中条件的探究和辨析可能需要教师更加深入地引导. 在能力提升上，学生能够利用函数图象性质和定理判断零点存在问题，但是在函数与方程之间的相互转化上还不够熟练，这需要教师进一步渗透函数与方程思想. 在数学思想方法上，本节课学生在类比和数形结合思想方面理解较为到位，对于问题的转化还需进一步提高. 情感目标维度的两道题平均分均为 4.5 左右，说明学生本节课教学总体满意，能够体会对本堂课知识的价值以及数学之美.

（2）课堂观察记录分析

对课堂观察记录的文本进行分析，得出以下结论：

本节课通过类比二次函数得到一般函数零点与方程的解的关系，通过具体函数探究函数零点存在定理并利用定理研究函数零点问题；数学概念的生成自然合理，教学目标达成效果良好. 在导出定理和理解定理部分，通过举例说明对于给定闭区间上的函数，“连续不异号”“异号不连续”“不连续不异号”等都不能断定函数是否存在零点，学生从函数图象直观上加深对定理的理解；同时教师在例习题和变式上都关注到学生，促进学生对知识的理解以及思维的发展.

从学生问题回答情况可以看出课堂氛围良好，学生参与度高，这也反映出本节课教学效果良好. 在课堂文化上，本节课注重对学生数学思想方法以及核心素养的培养并引导学生感受数学文化，培养学生数学学习与探究的兴趣，有利于学生的持续发展.

3.结论

本节课的设计关注学生知识掌握、能力提升以及数学思想方法和核心素养的培养，课堂气氛热烈. 结合观课教师评价以及学生课后反馈可见教学成效良好.

（十）教学反思

1.教学主线清晰

本节课是按照“概念—定理—应用”的思路开展教学的，类比得出函数零点的概念和函数零点与方程的解的关系，接着探究函数零点存在定理，最后应用定理和函数性质判定方程的解，很好的引导学生从函数的观点认识方程.

2.概念生成自然

在概念生成的地方，直接类比二次函数，得出一般函数零点概念和函数零点和方程的解的关系，没做过多的解析，干脆利落，顺理成章.

3.数学思想渗透

各种数学思想方法在不同教学环节发挥不同的作用，在概念生成时采用了类比的思想；导出定理时采用了数形结合的思想；整节课逐步渗透了转化与化归、函数与方程的思想. 这

些数学思想方法对学生素养的发展，能力的提高发挥了重要的作用.

4.教学方法灵活

教无定法，教学有法，贵在得法. 课堂采用了多种教学方法，利用信息技术直观演示法等，帮助学生从“形”到“数”的转化；讨论法提高了学生的积极性和参与度；引导发现法、探究法的使用有利于学生参与知识发生发展的过程.

5.核心素养落实

课堂是培养和提高学生数学学科核心素养最好的阵地. 在导出定理的探究环节，通过观察图象培养了直观想象素养；数学抽象素养在概念生成和定理描述环节都得到充分的体现；用函数值探讨零点存在区间时突出了数学运算素养. 素养的达成是学生在数学上得到发展的最好体现.

6.不足需改进

“学然后知不足，教然后知困. 知不足，然后能自反也”. 课堂在探究零点存在定理的地方还不够自然，“了解定理”的地方不够充分，拓展不够深入，仍需改善提高.

八、参考文献

[1]焦志诚.例谈数学学科核心素养落实于课堂——“函数的零点与方程的解”教学设计[J].中国数学教育，2019(12):51-54.

[2]叶蓉.基于数学抽象核心素养的教学设计——以“方程的根与函数的零点”为例[J].数学学习与研究，2019(06):72-73.

[3]胡革新，谢春娥.高中数学“优效课堂”要为核心素养而教——以“方程的根与函数的零点”为例[J].中学数学教学参考，2018(13):18-21.

[4]谈雅琴.数学课堂要凸显数学价值和教育价值——“函数的零点”同课异构教学比较与反思[J].数学通报，2015，54(03):36-40.

[5]牟秀锦，吴中林.“方程的根与函数的零点”教学设计、教学反思与点评[J].中国数学教育，2012(Z2):4-9.

[6]章建跃.“方程的根与函数的零点”的教学[J].中国数学教育，2012(Z2):16-18.

[7]费日辉.《用二分法求方程的近似解》教学设计[J]. 科普童话，2020(03):119+121.

[8]阮文婷,孔德鹏.基于核心素养的主题教学实践与思考——以“用二分法求方程的近似解”为例[J].中学教研(数学)，2019(05):13-16.

[9]陈小璐.混合式教学:促进数学深度学习——以“用二分法求方程的近似解”的教学设计为例[J].江苏教育，2019(27):64-66.

[10]杨西龙.核心素养观下的数学教学设计——以“利用二分法求方程的近似解”为例[J].上海中学数学，2018(04):1-4+16.

[11]丁东东.数学教学中渗透数学应用意识的几点思考——以“用二分法求方程的近似解”教学为例[J].数学学习与研究，2018(01):75.

[12]李德勇.函数模型的应用[J].新课程(下)，2019(05):58.

[13]刘庆利.布卢姆教育目标分类学指导下的高中数学学科核心素养之数学建模研究——以“函数模型及其应用”为例[J].中国数学教育，2019(06):21-27.
[14]李琴.高中数学应用题阅读能力的培养——以高一《函数模型及其应用》为例[J].数学之友，2018(06):31-32+35.
[15]张定强，蔡娟娥.高中数学“函数模型及其应用”文本比较研究——以人教A版、北师版、苏教版教材为例[J].中学数学杂志，2014(09):19-21.
[16]赵永.试论数学建模在高中数学教学中的应用[J].数学教学通讯，2014(09):48-49.
[17]叶根福.促进核心素养落地的有效途径——体验式概念教学——以“函数的零点与方程的解”的教学实践为例[J].新课程，2020(03):38-39.