

案例 1--集合的基本运算单元教学设计

郭泽琳 2020 级研究生第一小组何英利等同学 吴平生 赵萍

一、文献综述

(一) 研究现状

国内基于《集合》单元开展的研究主要有以下几个方面：集合思想应用的研究、集合语言应用的研究、集合知识模块的研究、集合解题常见错误归类的研究、集合教学设计的研究以及集合教学策略研究。下面主要归纳集合知识模块、集合教学设计两个方面的研究现状。

1. 对集合模块知识进行总结和解读

王国平在《集合知识点及常见题型解析》中介绍了集合的知识点及考查这些知识点时经常设计的题型，文章中涉及到的知识点比较全面，有集合的概念、集合的基本运算、集合间的基本关系、图示法解集合问题、集合中元素的个数问题、集合中的创新问题、集合中的综合问题等^[1]。周宇美在《要过集合关 弄清“六个三”》一文中，对学习集合知识的具体内容进行了总结和解读，将集合知识概括为六个方面的内容，分别是：集合元素的“三性”、集合的三种表示方法、集合的三种分类、集合与集合的三种关系、集合的三种运算、集合问题的三种解题思想方法等^[2]。

朱秀花在《高中集合教学研究》中对目前高中数学集合教学中存在的弊端进行分析，如集合概念交代不清楚、空集的作用强调不够等，并针对教学过程中发现的关于集合概念方面的问题进行分析研究^[3]。范丽美在《高中生对于集合有关概念理解情况的调查研究》中调查分析了高一学生对于集合有关概念理解的常见问题^[4]。陈燕在《高中生关于集合知识理解水平及理解障碍研究》中调查分析了高中学生对集合概念的理解水平^[5]。

2. 对集合单元教学设计的研究

马旭和欧阳尚昭在《“集合的概念”教学设计、教学反思与点评》一文中，呈现了教学过程、教学反思与教学评价。其教学设计以学生熟悉的生活情境、数学情境为载体，引导学生用集合的语言对已学内容进行再抽象，并以“问题串”的形式指导学生阅读教材，在阅读教材的过程中理解集合语言^[6]。陆学政作为评委观摩了 7 位青年教师关于“集合间的基本关系”课题的课堂教学，并在课后与这 7 位教师以及参加上课的部分学生进行了交流访谈之后，在《“集合间的基本关系”观课思考与教学设计》一文中，表达了自己观课后的思考，以及给出了相应的教学设计^[7]。尹传光在《关于“集合”教学设计的探讨》一文中，就如何设计好这一章内容的教学，强调要理解好各种语言对概念的描述和突出“元素分析法”的教学以及“分类讨论”的思想渗透^[8]。

总的来说，这些文章主要是对集合单元知识的解读和教学设计的研究，以及在教学过程中，通过分析教学现象和总结教学经验，得到一些有关集合知识解读及教学的观点。

(二) 研究方法

研究主要采用文献研究法、教材分析法、访谈法、案例分析法对集合教学展开研究。

1. 文献研究法：通过收集、查阅国内外文献，了解集合论的发展背景及集合教学的重要性。
2. 教材分析法：结合《普通高中数学课程标准(实验)》对人教版高中数学必修1的集合知识进行分析并确定具体的教学策略。
3. 访谈法：通过对不同层次学生的访谈，对学生关于集合的掌握情况进行调查分析。通过对有经验教师访谈研究分析出集合教学中存在的问题并给出有效策略。
4. 案例分析法：通过观看完整的教学实施过程，对教学过程的要素进行分析研究评价。

(三) 结论

1. 学生学习集合困难的成因分析

(1) 学生学习动机主要来源于高考压力，学习态度不太积极，意志不太坚定，对集合学习缺乏质疑精神；

(2) 高一学生对数学符号的学习缺乏积极的学习态度，难以将大量的数学符号进行有效语义提取；

(3) 部分教师对数学符号意识认识不够明确且在课堂上不加以强调，对学生学习关注度较弱，教学方法较为单一；

(4) 教材中集合概念抽象，子概念和符号较多，教师不太注重初高中数学内容的衔接过渡。

2. 学生学习集合时可能会遇到的问题

(1) 如何理解各种新概念，区别各种新符号，如：元素与集合、包含与属于、并集与交集等；

(2) 如何恰当地选择列举法或描述法表示具体的集合；

(3) 如何正确使用图示和类比的学习方法。

3. 集合教学的建议与策略

(1) 借助数学史提高学生学习兴趣

在集合概念教学过程中，可通过介绍集合相关数学史知识，比如康托尔、罗素等人对集合研究的历史故事，激发学生学习的兴趣。

(2) 通过实例创设数学问题，加深学生对集合概念的理解

集合概念相对于高一学生而言较抽象，为了让学生能够准确掌握集合的概念，在集合的教学过程中教师应以学生现有的思维发展水平为依据，多举生活和学习中的实例，为学生设置恰当的学习情境，使学生明确集合概念，通过新旧知识之间的相互联系，使新知识能尽快转化到学生已有认知结构中。

在教学中，分别从生活实际、数集、点集等实例来引入集合的概念。同时说明集合的概念和其他概念是一样的，是从现实生活中得出的，在实例中让学生自己体会总结集合中元素的性质。

(3) 注重学生数形结合能力的培养

在集合教学中，引导学生自己多动手用韦恩图表示集合，用数轴表示数集，注重培养学生用数形结合的方法解决数学问题的能力。

(4) 注重学生集合运算能力的培养

集合的基本运算主要涉及交集、并集和补集，在学习中引导学生多动手写集合的运算过程，规范解题步骤，提升学生的集合运算能力。

(5) 教学中加强渗透分类讨论的思想，培养学生分类讨论的能力

在解决集合中许多含参数的问题时，需要分类讨论，教师教学时应该加深学生分类讨论思想的体验；在集合的关系与运算的学习和应用过程中，加强分类讨论和数形结合思想方法的渗透，注重培养学生用分类讨论方法解决相关集合问题的能力。

(6) 在集合教学中重视学生情感态度和习惯的养成

在集合的学习过程中，多以切近学生实际生活的情境和实例进行集合教学，以增强学生对集合学习的兴趣。

(7) 重视学生养成数学阅读、数学表达和归纳总结的学习习惯

在教师的指导下，围绕教材的概念、性质、问题、例题，指导学生在课堂上进行自主阅读，再提问，并进行讨论，教给学生一些基本的数学阅读技巧和检查方法。教师选取学生较为熟悉的数学内容，让学生体会用集合语言表达相关数学对象的好处，帮助学生养成用恰当的数学语言进行表达的习惯，规范使用数学符号，准确使用数学语言，让学生善于运用数学语言进行表达和交流。集合教学的过程，涉及多个集合相关概念，需要归纳总结，注意引导学生建立知识框架，及时复习小结。

二、教材对比分析

(一) 2004 年人教 A 版与 2019 年人教 A 版对比

	2004 人教 A 版教材	2019 人教 A 版教材
章节编排	1.1.1 集合的含义与表示	1.1 集合的概念
	1.1.2 集合间的基本关系	1.2 集合间的基本关系
	1.1.3 集合的基本运算	1.3 集合的基本运算
内容编排	集合的概念	
	联系小学和初中接触过的集合，通过 8 个例子引入“元素”和“集合”的概念	联系小学和初中接触过的集合，通过 6 个例子引入“元素”和“集合”的概念，对原有例子进行修改和删减
	集合间的基本关系	
	类比实数的相等和大小关系，借助 3 个例子探究集合间的关系	类比实数的相等和大小关系，借助 3 个例子探究集合间的关系
	集合的基本运算	

	类比实数加法运算，观察所举的两个例子中集合 C 与集合 A 、 B 之间的关系引入两个集合的“并集”，而后提出思考“集合间是否还有其他运算”引入“交集”；引入“全集”的概念后直接引入“补集”	类比实数加法运算，观察所举的两个例子中集合 C 与集合 A 、 B 之间的关系引入“并集”；观察所举的两个例子中集合 C 与集合 A 、 B 之间的关系引入“交集”；引入“全集”的概念后直接引入“补集”
--	---	---

(二) 2019 年北师大版与 2019 年人教 A 版教材对比

	2019 北师大版教材	2019 人教 A 版教材
章节编排	1.1 集合的概念	1.1 集合的概念
	1.2 集合间的基本关系	1.2 集合间的基本关系
	1.3 集合的基本运算	1.3 集合的基本运算
内容编排	集合的概念	
	联系初中数学“按类研究事物”的思想直接引入“集合”和“元素”的概念	联系小学和初中接触过的集合，通过 6 个例子引入“元素”和“集合”的概念
	集合间的基本关系	
	通过分析 3 个实例抽象概括出“子集”的概念和集合间的基本关系	类比实数的相等和大小关系，借助 3 个例子探究集合间的关系
	集合的基本运算	
	先后通过分析两个实例抽象概括出“交集”和“并集”的概念，引入“全集”的概念后直接引入“补集”的概念	类比实数加法运算，观察所举的两个例子中集合 C 与集合 A 、 B 之间的关系引入“并集”；观察所举的两个例子中集合 C 与集合 A 、 B 之间的关系引入“交集”；引入“全集”的概念后直接引入“补集”的概念

三、内容和内容解析

(一) 内容

《普通高中数学课程标准(实验)》中明确提出了集合的内容与教学要求(约 4 课时)是：

1.集合的概念与表示：

(1) 通过实例，了解集合的含义，理解元素与集合的属于关系；

(2) 能选择自然语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用.

2.集合间的基本关系：

(1) 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集；

(2) 在具体情境中，了解全集与空集的含义.

3.集合的基本运算：

- (1) 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集；
- (2) 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集；
- (3) 能使用Venn图表达集合的关系及运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用^[9].

(二) 内容解析

1. 内容的本质

在高中数学课程中，集合是刻画一类事物的语言和工具，集合语言也是现代数学的基本语言。本单元的学习，可以帮助学生使用集合的语言简洁、准确地表述数学研究对象，学会用数学的语言表达和交流，体会用集合语言表达数学内容的优点，积累数学抽象的经验。

2. 蕴含的思想和方法

(1) 数形结合思想：实质是将抽象的数学语言与直观的图形结合，使抽象思维与形象思维相结合。本单元主要用到以形助数，借助Venn图或数轴解决集合之间的关系。

(2) 函数与方程的思想：应用函数的概念和性质，以及通过函数与方程的联系来分析问题和解决问题。本单元主要通过求解一元一次不等式组、一元二次方程(组)来解决集合之间的关系和运算。

(3) 分类讨论的思想：中学数学解题的重要思想，它能使复杂的问题简单化，从而化整为零，各个击破，只要能明确分类的原因并进行合理的分类，再逐类讨论、归纳各类的结果，就可以完美的解决集合问题。本单元主要用于讨论含参集合之间的关系。

(4) 化归与转化思想：化归与转化指的是把数学中待解决或未解决的问题，通过观察、分析、联想、类比等思维过程，选择恰当的方法进行变换、转化，使之变得更清晰、更明朗，从而归结到某个或某些已经解决或比较容易解决的问题的思想。本单元主要通过将抽象的集合符号语言转化为熟悉的数学语言来帮助求解集合问题。

3. 知识的上下位关系

在上高中之前，学生已经学习了实数的概念及表示方法、运算法则与运算律，字母的概念及表示方法、运算法则与运算律，代数式的概念及表示方法、运算法则与运算律；并且学会了求解一元一次不等式(组)、一元二次方程(组)等。这些都是表达集合的生动实例，同时借助数轴、图示法来求解数学问题也体现了集合的工具性。

在函数章节中，“集合与对应关系”重新刻画了函数的概念，进而得到了定义域、值域、单调区间等用集合语言描述的数学概念；在三角函数章节中，三角函数中的定义域、值域、单调区间等都是用集合语言描述的；在复数章节中，用集合语言给出了复数集、实数集、虚数集等概念；在立体几何初步章节中，用集合语言来描述空间中点、直线、平面的位置关系；在概率章节中，用集合的语言，精确地描述了基本事件、基本事件空间、不可能事件、必然事件及对立事件等。

4. 育人价值

集合语言具有独特的育人价值，表现在：可以展示学习研究数学的一种路径或方法：通过观察抽象归纳辨析等获得集合(数学研究对象)——研究集合的表示——类比实数之间的

关系研究集合之间的关系——类比实数的运算研究集合的运算——集合的应用. 通过这一方式, 帮助学生使用集合的语言简洁、准确地表述数学研究对象, 学会用数学语言表达和交流, 体会用集合语言表达数学内容的优点, 积累数学抽象的经验, 发展数学抽象、数学运算、逻辑推理和直观想象等素养.

四、目标和目标解析

(一) 目标

1. 通过实例, 了解集合的含义, 理解元素与集合的属于关系;
2. 理解集合之间的包含与相等关系, 能识别给定集合的子集;
3. 理解两个集合并集与交集的含义, 能求两个集合的并集与交集; 理解在给定集合中一个子集的补集的含义, 能求给定子集的补集.

(二) 目标解析

达成上述目标的标志是:

1. 能针对具体问题, 在自然语言和图形语言的基础上, 用符号语言刻画集合; 在具体情境中, 了解全集与空集的含义;
2. 能掌握如何判断给定集合之间的包含与相等关系, 能区分集合之间的包含关系和元素、集合之间的从属关系;
3. 能用Venn图表达集合的基本关系与基本运算, 在这个过程中体会图形对理解抽象概念的作用.

五、教学问题诊断分析

本单元是高中数学必修第一册第一章的内容, 教学对象为高一学生, 他们已经具备学习本单元的基础知识, 也具有一定的探索发现能力, 能通过类比发现新旧知识之间的联系.

集合是概括性强、较抽象的一种数学语言, 这就要求具有一定的抽象思维能力. 这对于刚进入高中学习的学生来说, 在以往数学学习的过程中学生没有养成系统性数学学习的习惯, 在初学集合的时候, 普遍会遇到知识抽象难以理解的问题, 如果学习内容的难度突增还会造成学生畏难心理的产生.

因此在集合的教学过程中, 教师应创设合适的教学情境, 以义务教育阶段学过的数学内容为载体, 引导学生用集合语言梳理、表达学过的相应数学内容, 引导学生理解属于关系是集合的基本关系, 了解元素 a 与由元素 a 组成的集合的差异. 在梳理的过程中, 可以针对学生的实际情况布置不同的任务, 采用自主学习与合作学习相结合的方式组织教学活动.

六、教学条件支撑

多媒体课件、实验教具.

七、集合的基本运算（第 1 课时）课时教学设计

（一）教学内容

并集与交集.

（二）教学目标

知识目标: 理解两个集合的并集与交集的含义, 能求两个集合的并集与交集.

能力目标: 会用自然语言、符号语言与图形语言描述两个集合的并集与交集, 发展符号意识.

素养目标: 能使用Venn图表达集合的并运算与交运算, 会利用数轴进行数集的并集与交集运算, 提升直观想象素养.

情感目标: 集合作为一种数学语言, 体会用集合语言和集合符号描述问题的精确性与简洁美.

（三）教材分析

1. 教材来源

2019 年人教 A 版新教材《普通高中教科书》数学必修第一册第一章 1.3 集合的基本运算.

2. 地位与作用

集合是刻画一类事物的语言与工具, 通过本节的学习, 使学生学会用集合的语言简洁地、准确地表述数学的研究对象, 学会用集合的语言表达和交流数学问题, 积累抽象思维的经验, 提升数学抽象素养.

（四）学情分析

通过之前的学习, 学生已经掌握了集合的含义、集合间的基本关系, 积累了类比的数学活动经验, 具有一定的观察和概括能力. 学生普遍在学习新知识时表现比较积极, 适当的鼓励可以维持学生学习的兴趣. 高一阶段的学生数学抽象思维能力比较薄弱, 可能对并集和交集的区别和联系理解不全面, 易混淆“ $\cup$ ”和“ $\cap$ ”符号, 需要加以辨析.

（五）教学重难点分析

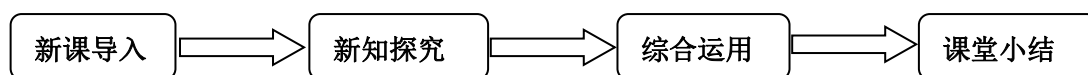
教学重点: 理解两个集合的并集与交集的含义, 能求两个集合的并集与交集.

教学难点: 会用自然语言、符号语言与图形语言描述两个集合的并集与交集, 会利用数轴进行数集的并集与交集运算, 提升直观想象素养.

（六）教学思路与方法

在学习新概念之前, 先引导学生回顾实数的运算, 为引进集合的运算提供观念上的固着点, 促进学生学习的迁移; 通过类比实数的运算推导出集合的并运算与交运算, 体会类比的思维. 教学过程中利用板书和多媒体课件, 引导学生自主探究、合作交流, 使学生在类比思维中经历并集、交集含义的初步感知和归纳概括的过程, 引导学生学会发现问题和解决问题.

（七）教学流程



（八）教学过程设计

教学环节：新课导入

教学内容	师生活动	设计点评
我们知道，两个实数可以进行加法运算，运算的结果仍是一个实数，比如 $2+3=5$，那么两个集合之间是否可以类似的运算，运算的结果仍是一个集合呢？比如将集合 $\{1, 2, 3\}$ 与集合 $\{3, 4, 5\}$ 的所有元素合并在一起，会得到怎样的一个集合？又比如将集合 $\{x \mid x \text{ 是有理数}\}$ 与集合 $\{x \mid x \text{ 是无理数}\}$ 的所有元素合并在一起，会得到怎样的一个集合？	教师引导学生类比实数的加法运算，引出集合的并集运算.	这里采用“类比”的思想，通过类比实数的加法运算，迁移到集合的并集运算，提高学生发现问题和提出问题的能力.

教学环节：新知探究

教学内容	师生活动	设计点评														
阅读教材，填写下表： 一、并集 <table><tr><td>运算</td><td>集合的并集</td></tr><tr><td>含义</td><td></td></tr><tr><td>关键词</td><td></td></tr><tr><td>记法</td><td></td></tr><tr><td>读法</td><td></td></tr><tr><td>符号表示</td><td></td></tr><tr><td>图形表示</td><td></td></tr></table>	运算	集合的并集	含义		关键词		记法		读法		符号表示		图形表示		教师引导学生阅读教材，填写表格，理解并集的概念.	教师指导学生从集合元素的角度出发归纳概括并集的定义，指出关键词：或，让学生从自然语言、符号语言、图形语言描述并集，培养学生的抽象概括能力.
运算	集合的并集															
含义																
关键词																
记法																
读法																
符号表示																
图形表示																
例 1. 设 $A=\{4, 6, 8\}$, $B=\{3, 5, 7\}$, 求 $A \cup B$. 变式 1: 设 $A=\{4, 5, 6, 8\}$, $B=\{3, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cup B$. 变式 2: 设 $A=\{4, 6, 8\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$, 求 $A \cup B$. 例 2. 设 $A=\{x \mid -1 < x < 0\}$, $B=\{x \mid 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$. 变式 1: 设 $A=\{x \mid -1 < x < 2\}$, $B=\{x \mid 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.	教师给出例 1 与例 2，让学生求两个数集的并集，通过例题及其变式的比较，引导学生认识到任何两个集合的并集仍是一个集合.	例 1 及其变式求的是两个离散数集的并集，常用列举法. 例 2 及其变式求的是两个不等式数集的并集，常利用数轴来分析. 类比两个圆的位置关系，例题及其变式包含了两个集合相离、相交、内含的三种关系.														

变式 2: 设 $A=\{x \mid -1<x<2\}$, $B=\{x \mid 0<x<1\}$, 求 $A \cup B$.																
练习 1: (1) 设 $A=\{3, 5, 6, 8\}$, $B=\{4, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cup B$. (2) 设 $A=\{x \mid x^2-4x-5=0\}$, $B=\{x \mid x^2=1\}$, 求 $A \cup B$. (3) 设 $A=\{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\}$, $B=\{x \mid x \text{ 是直角三角形}\}$, 求 $A \cup B$. (4) 设 $A=\{x \mid x \text{ 是幸福农场的汽车}\}$, $B=\{x \mid x \text{ 是幸福农场的拖拉机}\}$, 求 $A \cup B$. (5) $A \cup A=\underline{\hspace{1cm}}$, $A \cup \varnothing=\underline{\hspace{1cm}}$.	教师给出巩固练习给学生解答, 巡堂后投影展示学生答案, 点评分析存在的问题.	练习 1 包括数集、方程解集、三角形图集、生活实例集合、抽象集合等方面的例子, 通过具体实例帮助学生巩固两个集合并集的运算.														
将集合 $\{1, 2, 3\}$ 与集合 $\{3, 4, 5\}$ 的公共元素提取出来, 会得到怎样的一个集合? 又比如将集合 $\{x \mid x \text{ 是有理数}\}$ 与集合 $\{x \mid x \text{ 是无理数}\}$ 的公共元素提取出来, 会得到怎样的一个集合? 阅读教材, 填写下表: 二、交集 <table><tr><td>运算</td><td>集合的交集</td></tr><tr><td>含义</td><td></td></tr><tr><td>关键词</td><td></td></tr><tr><td>记法</td><td></td></tr><tr><td>读法</td><td></td></tr><tr><td>符号表示</td><td></td></tr><tr><td>图形表示</td><td></td></tr></table>	运算	集合的交集	含义		关键词		记法		读法		符号表示		图形表示		教师引导学生类比集合的并集概念, 阅读教材, 填写表格, 理解交集的概念.	教师指导学生从集合元素的角度出发归纳概括交集的定义, 指出关键词: 且, 让学生从自然语言、符号语言、图形语言理解并集, 培养学生的类比迁移能力.
运算	集合的交集															
含义																
关键词																
记法																
读法																
符号表示																
图形表示																
例 3. 设 $A=\{4, 6, 8\}$, $B=\{3, 5, 7\}$, 求 $A \cap B$. 变式 1: 设 $A=\{4, 5, 6, 8\}$, $B=\{3, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cap B$. 变式 2: 设 $A=\{4, 6, 8\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$, 求 $A \cap B$. 例 4. 设 $A=\{x \mid -1<x<0\}$, $B=\{x \mid 1<x<3\}$, 求	类比例 1 与例 2, 教师给出例 3 与例 4, 让学生求两个数集的交集, 通过例题及其变式的比较, 引导学生认识到任何两个集合的交集仍是一个集合.	例 3 及其变式求的是两个离散数集的交集, 常用列举法. 例 4 及其变式求的是两个不等式数集的交集, 常利用数轴来分析. 类比两个圆的位置关系, 例题及其变式包含了两个集合相														

$A \cap B$. 变式 1: 设 $A=\{x \mid -1 < x < 2\}$, $B=\{x \mid 1 < x < 3\}$, 求 $A \cap B$. 变式 2: 设 $A=\{x \mid -1 < x < 2\}$, $B=\{x \mid 0 < x < 1\}$, 求 $A \cap B$.		离、相交、内含的三种关系.
练习 2: (1) 设 $A=\{3, 5, 6, 8\}$, $B=\{4, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cap B$. (2) 设 $A=\{x \mid x^2-4x-5=0\}$, $B=\{x \mid x^2=1\}$, 求 $A \cap B$. (3) 设 $A=\{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\}$, $B=\{x \mid x \text{ 是直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$. (4) 设 $A=\{x \mid x \text{ 是幸福农场的汽车}\}$, $B=\{x \mid x \text{ 是幸福农场的拖拉机}\}$, 求 $A \cap B$. (5) $A \cap A = \underline{\hspace{1cm}}$, $A \cap \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}$.	类比练习 1, 教师给出巩固练习给学生解答, 巡堂后投影展示学生答案, 点评分析存在的问题.	练习 2 包括数集、方程解集、三角形图集、生活实例集合、抽象集合等方面的例子, 通过具体实例帮助学生巩固两个集合的交集运算.

教学环节: 综合运用

教学内容	师生活动	设计点评
例 5. 设平面内直线 l_1 上点的集合为 L_1 , 直线 l_2 上点的集合为 L_2 , 试用集合的运算表示 l_1 , l_2 的位置关系. 思考: (1) 集合 A, B 与集合 $A \cup B$ 之间有怎样的关系? (2) 集合 A, B 与集合 $A \cap B$ 之间有怎样的关系? (3) 若 $A \cup B = B$, 则集合 A, B 之间有怎样的关系? (4) 若 $A \cap B = A$, 则集合 A, B 之间有怎样的关系? 例 6. 设集合 $A=\{x \mid -1 < x < 2\}$, $B=\{x \mid x < 2m\}$.	教师给出例 5, 引导学生运用集合语言表示平面内两条直线的位置关系, 思考集合 A, B 与集合 $A \cup B$, $A \cap B$ 之间的关系, 认识 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$ 与 $A \subseteq B$ 之间的等价转化关系. 给出例 6 及其变式, 引导学生分析与解决含参集合的讨论问题.	集合符号与语言在描述数学问题中有着广泛的应用, 利用平面内两条直线的公共点个数, 可以用两个集合的交集描述平面内两条直线的位置关系. 含参集合的讨论问题是一类常见问题, 能有效培养学生的分类讨论、数形结合意识.

若 $A \cup B = B$, 求实数 m 的取值范围. 变式 1: 设集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x > m\}$. 若 $A \cap B = A$, 求实数 m 的取值范围. 变式 2: 设集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid m < x < 2m\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.		
---	--	--

教学环节：课堂小结																					
教学内容					师生活动	设计点评															
1. 本节课主要学习了哪些知识和方法？ <table><tr><th>运算</th><th>记号</th><th>自然语言</th><th>符号语言</th><th>图形语言</th></tr><tr><td>并集</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>交集</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>					运算	记号	自然语言	符号语言	图形语言	并集					交集					教师引导学生回顾本节课的学习内容，梳理出本节课的学习要点，布置课后作业，巩固学习效果.	教师与学生一起回顾本节课学习过程，用“2 种运算，3 种语言，4 个性质”梳理出本节课的学习要点，培养学生的回顾反思习惯与归纳概括能力.
					运算	记号	自然语言	符号语言	图形语言												
					并集																
					交集																
2. 布置作业： 课本 P14 第 1，2，3，5 题.																					

(九) 教学成效与分析

1. 调查过程

调查目的: 了解本节课《集合间的基本运算》的教学成效, 主要从教学目标的达成情况, 学生对知识的掌握情况, 教学策略和方法来测量.

调查方法: 问卷调查法、课堂观察法.

调查工具: 《集合间的基本运算》教学调查问卷、课堂观察记录表.

调查对象: 广州市第十三中学高一(5)班 36 名学生.

工具说明: 课堂观察记录表分为教学目标、教材研究、教学过程和课堂文化四大维度, 每一维度下设置不同观测指标(详见附件二), 通过课堂上对教师和学生行为等进行观测, 分析教学成效; 问卷设计计划分为知识目标、能力目标、素养目标、情感目标和教学策略与方法等五个维度, 具体的题目分配和计分方式如下表:

表 1 《集合间的基本运算》教学调查问卷细目表

考察维度	题目数量	题目分布	计分方式
知识目标	5	第 1-5 题	第 16 题是反向题, 17 题不计分, 其他题满分均为 5 分
能力目标	7	第 6-12 题	
素养目标	2	第 13、14 题	
情感目标	2	第 15、16 题	
教学策略与方法	1	第 17 题	
总计	17	/	

2.调查结果与分析

(1) 问卷调查结果

①信效度分析

利用 Cronbach 信度分析所得的问卷信度系数值为 0.801，大于 0.7，说明研究数据信度质量良好，可用于进一步分析. 针对问卷的效度，利用 KMO 和巴特利特检验得到 KMO 值为 0.812，大于 0.7，说明问卷的结构效度良好.

②描述分析

统计问卷各项的平均分，结果如表 2，可以看出问卷各项平均分较高，学生整体掌握情况较好.

表 2 问卷各项得分情况

维度	题号	题目	平均分
知识 目标	1	学习了这节课，我了解实数运算和集合运算的联系与区别.	4. 972
	2	我能理解并集定义中“或”的含义.	4. 917
	3	我能从文字、符号、图形三方面来理解并集和交集.	4. 972
	4	我能够用恰当的例子解释“并集”的概念.	4. 944
	5	我能够用恰当的例子解释“交集”的概念.	4. 944
能力 目标	6	我能够区分交集与并集的符号.	5. 000
	7	我能在特例的基础上用自己的语言归纳并形成并集的概念.	4. 944
	8	对于给定的两个集合，我能够求出它们的并集.	4. 972
	9	对于给定的两个集合，我能够求出它们的交集.	4. 972
	10	我能准确地用Venn图表示集合间的基本运算.	4. 972
	11	我能将实际问题转化为集合间的基本运算问题.	4. 944
	12	我能够利用集合间的基本运算解决实际问题.	4. 917
素养 目标	13	学了这节课，我发现类比旧知来学习新知能加深对新知的理解	4. 861
	14	我发现利用Venn图解决集合间运算问题更直观.	4. 806
情感 目标	15	通过此堂课的学习，我体会到数学符号的简洁美.	4. 889
	16	我觉得此次教学让我不知道重点在哪里.	1. 833

③频次分析

采用多重频次分析，对“17 题你喜欢老师运用何种教学方式”答题情况进行统计. 在所列举的教学方式中，“讲授教学”得到了学生较高的评价，达到了 86. 11%. 紧随其后的是“练习教学”和“讨论教学”，分别达到了 61. 11%和 47. 22%，体现了大部分学生更喜爱传统的教学方式. 此外，“讨论教学”也受到部分学生的欢迎，说明了当前中学生喜欢合作式的学习方式. “读书指导”“参观学习”“学生实验探究教学”“教师演示实验教学”等教学方式都占有一定比例，但所占比例较低，说明对于部分学生而言，希望有更多样化的教学方式

进入数学课堂.

表 3 学生喜爱的教学方式占比分析

教学方式	比例	教学方式	比例
讲授教学	86.11%	动画教学	38.89%
讨论教学	47.22%	录像教学	11.11%
练习教学	61.11%	实物模型教学	19.44%
读书指导	13.89%	学生实验探究	19.44%
参观学习	11.11%	教师演示实验	30.56%

④调查结果

从调查问卷的统计结果分析,学生对本次教学的评价较高.知识目标维度中大部分题目的平均分在 4.9 以上,说明学生对本节课知识的掌握十分好,对“并集”与“交集”的概念、文字语言、符号语言、图形语言有清晰的了解.能力目标维度的平均分均在 4.9 以上,说明通过本堂课的教学,大部分学生都能利用Venn图进行集合间的运算以及运用集合间的运算解决实际问题.素养目标维度的平均分在 4.8 以上,说明教师在本堂课的教学中渗透了直观想象素养、类比思想以及数形结合思想.情感目标维度中大部分题目的平均分在 4 以上,其中第 16 题“我觉得此次教学让我不知道重点在哪里”为反向题,平均分为 1.833,相对略高,建议教师在授课时可更加突出重点,但不排除该分数略高可能是部分学生填写问卷态度不认真导致.

(2) 课堂观察记录分析

对课堂观察记录的文本进行分析,得出以下结论:

本节课在教材基础上进行细微改编,增设部分练习,使得例题和练习的题干相同,帮助学生区别并集、交集两种运算,同时对重难点把握以及处理恰当.在教学目标上,本节课教学目标的预设和达成情况较好,贯彻类比的数学思想,从文字、符号、图示等多角度介绍运算的本质,符合学生认知规律;学生能够类比实数的运算,理解并集和交集的概念并会运用Venn图进行集合间的基本运算,利用集合间的运算解决问题,发展类比、数形结合思想和直观想象素养.

教学过程环节设计安排合理、层层递进,意图清晰,采取的教学方法符合学生心理特点和认知水平,能够服务于教学目标的达成;对于学习任务的提出和教学内容的呈现,教师通过图示(数轴、Venn图)链接学习问题,驱动学生提出解决问题的途径,使用一体机、三角板等教具辅助教学,有效提高学生学习的积极性和课堂参与度;在习题设计方面,教师围绕重难点,设计变式训练,难度层层推进,帮助学生掌握并集和交集两种运算.

从整个课堂文化来看,教师能够调动课堂氛围,借助教学渗透数学思想方法以及培养数学核心素养,让学生感受数学语言的简洁之美.

3. 结论

本节课的教学受到学生与听课教师的一致好评.学生对知识的掌握情况良好,同时教师注重对学生能力和素养的培养,可见教学成效良好.

（十）教学反思

1.在教学中突出了要求学生对集合语言中符号语言的认识与理解

在高中，集合是作为语言来学习的，教材紧密结合学生的生活经验和已有的数学知识，创设学生运用集合语言表达、交流的情景和机会，使学生了解集合的含义，理解并掌握集合与元素的关系，集合间的基本关系和运算，并在这过程中引出了一些集合中的符号语言，而这些语言将伴随整个高中数学学习。因此，在教学中，我从符号语言、自然语言、图形语言、生活语言多角度来认识与理解集合语言，突出图形语言的直观性，如运用Venn图或数轴表达集合的关系及集合运算中的交、并，强调生活语言的生动性，在教学中能突出四种语言的转换与使用，加强学生对集合语言的认识与理解。

2.在教学中强化了类比、探究的思想方法

在引入方面我通过类比实数的运算让学生去探究集合间的运算，激发学生的学习兴趣，培养其抽象思维能力，而在讲解“交”运算时进一步类比“并”的定义、符号语言、例题、练习来学习，培养了学生的类比思想和锻炼了动手探究能力。

3.在教学中注意培养学生养成良好的数学学习习惯

良好的学习习惯能促使学生数学能力的逐步提高，在教学中我注意引导学生细致观察、认真思考、勤于动手、积极回答，而且我注重规范的板书，让学生自我及时纠正。

本节课尽管内容简单，但内涵丰富，如果能恰当联系生活实例、引入数学文化、激发学生兴趣，或许会更有助于学生理解与掌握集合的有关知识与方法。

八、参考文献

- [1]王国平.集合知识点及常见题型解析[J].中学生数理化(高一版),2013(Z2):18-19.
- [2]周宇美.要过集合关 弄清“六个三”[J].第二课堂(高中),2010(09):4-7.
- [3]朱秀花.高中集合教学研究[D].内蒙古师范大学,2011.
- [4]范丽美.高中生对于集合有关概念理解情况的调查研究[D].东北师范大学,2008.
- [5]陈燕.高中生关于集合知识理解水平及理解障碍研究[D].山东师范大学,2011.
- [6]马旭,欧阳尚昭.“集合的概念”教学设计、教学反思与点评[J].中学数学教学参考,2019(22):17-23.
- [7]陆学政.“集合间的基本关系”观课思考与教学设计[J].中学数学教学参考,2015(13):13-16.
- [8]尹传光.关于“集合”教学设计的探讨[J].安徽教育学院学报,2003(06):96-97.
- [9]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(实验)[M].北京:人民教育出版社,2020;13-14.